Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Об одной задаче определения двух коэффициентов в квазилинейном многомерном параболическом уравнении

Научный руководитель – Полынцева Светлана Владимировна

Спирина Кира Ивановна
Аспирант
Сибирский федеральный университет, Институт математики и фундаментальной информатики, Красноярск, Россия
E-mail: kspirina@sfu-kras.ru

В $G_{[0,T]} = \{(t,x,z)\big|0 \leqslant t \leqslant T,\ x \in E_n,\ z \in E_1\}$ рассмотрим задачу Коши

$$u_t = \sum_{i,j=1}^{n} \alpha_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + a(t,x)u^k u_{zz} + \beta_1(t,x)u_z + \beta_2(t,x)u^2 + b(t,x)f(t,x,z),$$

$$u(0,x,z) = u_0(x,z), (x,z) \in E_{n+1}. \qquad (1)$$

Здесь $f(t,x,z)$, $u_0(x,z)$ заданы в $G_{[0,T]}$ и E_{n+1} соответственно, коэффициенты $\alpha_{ij}(t)$, $\alpha_i(t)$, $i,j = \overline{1,n}$, $\beta_1(t,x)$, $\beta_2(t,x)$ – непрерывно дифференцируемые действительнозначные функции, $x \in E_n$, E_n – n-мерное евклидово пространство, $n \in N$, $0 \leqslant t \leqslant T$, $T > 0$ – $const$, $k \geqslant 1$, $k \in N$. Считаем, что $\alpha_{ij}(t) = \alpha_{ji}(t)$ и $\forall \xi \in E_n \backslash \{0\}$, $t \in [0,T]$ выполняется соотношение $\sum\limits_{i,j=1}^{n} \alpha_{ij}\xi_i\xi_j > 0$. Коэффициенты $a(t,x)$, $b(t,x)$ и решение $u(t,x,z)$ задачи (1) являются неизвестными.

Предполагаем, что выполняются условия переопределения

$$u(t,x,d_1(t)) = \phi_1(t,x), \quad u(t,x,d_2(t)) = \phi_2(t,x), \quad (t,x) \in \Pi_{[0,T]}, \qquad (2)$$

где $\Pi_{[0,T]} = \{(t,x)|0 \leqslant t \leqslant T, x \in E_n\}$; $d_1(t)$, $d_2(t)$ – непрерывно дифференцируемые функции переменной t, $d_1(t) \neq d_2(t)$; $\phi_1(t,x)$, $\phi_2(t,x)$ – заданные действительнозначные функции. Считаем, что входные данные обратной задачи (1), (2) согласованы.

Обратная задача (1), (2) приводится к прямой вспомогательной задаче Коши для нелинейного нагруженного уравнения. Разрешимость прямой задачи доказана с использованием достаточно гладких входных данных и метода слабой аппроксимации [1]. Решение исходной обратной задачи выписано в явном виде через решение прямой задачи. Доказана однозначная разрешимость задачи (1), (2) в классе гладких ограниченных функций.

Отметим, что задача (1), (2) в случае $k = 1$ исследовалась в [2].

Источники и литература

1) Белов, Ю. Я. Метод слабой аппроксимации / Ю.Я.Белов, С.А. Кантор. - Красноярск: КрасГУ, 1999. - 236 с.

2) Полынцева С.В., Спирина К.И. О задаче определения двух коэффициентов в квазилинейном многомерном параболическом уравнении [Электронный ресурс] // Сборник тезисов одиннадцатой международной молодежной научной школы-конференции «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», Новосибирск, Академгородок, 26.08 – 04.09 2019 года. 2019. С. 45. URL:$http://conf.ict.nsc.ru/files/conferences/tcmiip2019/551347/Theses\_TCMIIP.pdf$