

О положениях равновесия физического маятника осциллирующим подвесом

Научный руководитель – Мастерков Юрий Викторович

Корнеева Ольга Алексеевна

Студент (магистр)

Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, Институт прикладной математики и информатики, био- и нанотехнологий, Владимир, Россия

E-mail: korneevaolya@bk.ru

Рассматривается движение сферического маятника в случае, когда точка подвеса колеблется вдоль наклонной прямой. Получено уравнение движения данного маятника. Выявлена зависимость положения равновесия от угла наклона прямой осцилляции. Получены условия, при которых верхнее положение равновесия становится устойчивым.

Рассмотрим сферический маятник на жестком невесомом стержне длины l и грузом массой m при условии, что точка подвеса осциллирует вдоль некоторой прямой q с частотой ν (рис. 1).

Ось осцилляции отклонена на угол β от вертикальной оси Oz , угол ϕ - угол отклонения стержня от оси Oz , угол α - угол поворота вертикальной плоскости, содержащей ось осцилляции q от плоскости Oxz . В случае плоского движения, т.е. когда угол $\alpha = 0$, угол $\beta = 0$, движение маятника хорошо изучено и известно, как эффект "маятника Капицы"[1]. В этом случае, при достаточно высокой частоте осцилляций подвеса ν , верхнее, обычно неустойчивое положение равновесия, становится устойчивым. Доказано, что в случае плоского движения и при $\beta > 0$ существует два устойчивых положения равновесия: "верхнее $\phi^* = (\frac{\pi}{2}; \pi]$ и "нижнее $\phi_* = (-\frac{\pi}{2}; 0]$.

Положим $m = 1$, $l = 1$. Тогда движение сферического маятника $(\phi(t), \alpha(t))$ удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} 2\dot{\phi}\dot{\alpha} \cos \phi - \ddot{\alpha} \sin \phi = A\nu^2 \sin(\nu t) \sin \beta \sin \alpha \\ -\dot{\alpha}^2 \cos \phi \sin \phi + \ddot{\phi} + g \sin \phi = A\nu^2 \sin(\nu t) (\cos \beta \sin \phi - \sin \beta \cos \alpha \cos \phi) \end{cases}$$

Оказывается, что движение сферического маятника имеет также два устойчивых положения равновесия (при достаточно высокой частоте колебания): "верхнее ϕ^* и "нижнее ϕ_* , которые располагаются в вертикальной плоскости, проходящей через ось осцилляций. Причем ϕ^* и ϕ_* совпадают с "верхним" и "нижним" положениями равновесия плоского маятника.

Источники и литература

- 1) Капица П. Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса ЖЭТФ.– 1951.– № 21.– С. 588 – 597.

Иллюстрации

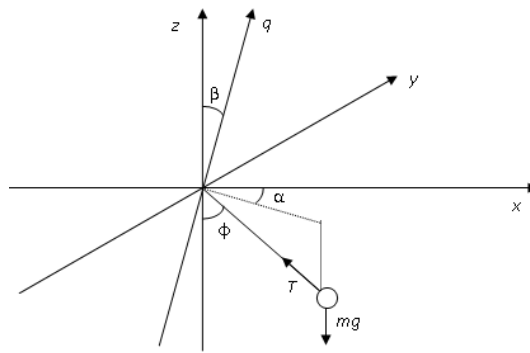


Рис. 1. Сферический маятник