

Критерии сюръективности операторов свертки на пространствах голоморфных функций заданного роста в выпуклых ограниченных областях

Научный руководитель – Абанин Александр Васильевич

Андреева Татьяна Михайловна

Кандидат наук

Южный федеральный университет, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: metzi@yandex.ru

Пусть G — выпуклая ограниченная область в \mathbb{C} , $H(G)$ — пространство всех функций, голоморфных в G , а $(v_n)_{n=1}^{\infty}$ — возрастающая по n последовательность неотрицательных выпуклых монотонно возрастающих функций на $(t_0, +\infty)$ ($t_0 \geq 0$).

С каждым весом $v_n, n \in \mathbb{N}$, свяжем соответствующее банахово пространство

$$H_{v_n}(G) := \left\{ f \in H(G) : \|f\|_{v_n} := \sup_{z \in G} \frac{|f(z)|}{e^{v_n(z)}} < \infty \right\}$$

и образуем индуктивный предел $\mathcal{V}H(G) := \text{ind } H_{v_n}(G)$.

Пусть, далее, μ — аналитический функционал в \mathbb{C} с носителем в K , где K — некоторое выпуклое компактное подмножество. При некоторых ограничениях на весовую последовательность, подобных использованным в работе [1] В.В. Напалкова, исследуется вопрос о непрерывности и сюръективности оператора свертки $\mu * f(z) : f \mapsto \mu_w f(z+w)$, действующего из $\mathcal{V}H(G+K)$ в (на) $\mathcal{V}H(G)$. С помощью подходящего описания сопряженных с $\mathcal{V}H(G+K)$ и $\mathcal{V}H(G)$ весовых пространств целых функций заданного роста ответ на этот вопрос дается в терминах преобразования Лапласа $\hat{\mu}(\zeta) := \mu_z e^{(\zeta \cdot)}$ функционала μ .

Основными результатами данной работы являются следующие.

- 1) Получен критерий непрерывности оператора свертки $\mu * : \mathcal{V}H(G+K) \rightarrow \mathcal{V}H(G)$;
- 2) Получен функциональный критерий сюръективности оператора свертки в терминах замкнутости образа сопряженного к $\mu *$ оператора умножения на $\hat{\mu}$;
- 3) Для случая, когда $v_n(z) = n|z|^\alpha, \alpha > 0$, установлен критерий сюръективности оператора свертки в терминах регулярности роста $\hat{\mu}$ (оценки снизу на $|\hat{\mu}|$ вне исключительных множеств определенного вида).

Ранее подобные результаты были получены в [2] для пространств функций, голоморфных в выпуклых областях и обладающих полиномиальным ростом вблизи границы области, то есть для весов вида $v_n(z) = n \ln(1 + |z|)$.

Источники и литература

- 1) Напалков В. В. Пространства аналитических функций заданного роста вблизи границы // Известия Российской академии наук. Серия математическая. - 1987. - Т. 51. - №2. - С. 287-305.
- 2) Abanin A. V., Ishimura R., Khoi L. H. Convolution operators in $A^{-\infty}$ for convex domains // Arkiv för matematik. - 2012. - Т. 50. - №1. - С. 1-22.