

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ В ЗАДАЧАХ ФИНАНСОВОЙ И АКТУАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Копылова Диана Павловна

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: dianeyushka@gmail.com

Научный руководитель — Бенниг Владимир Евгеньевич

Проблема расчёта рисков и управления ими всегда была актуальной в любом секторе экономики, но в настоящее время стала особенно острой. Однако, практически ни один финансовый расчёт не может быть произведён без использования математических инструментов и методов. Разделом прикладной математики, который посвящён задачам, связанным с финансами, страхованием и рисками, является финансовая и актуарная математика. В рамках этой дисциплины используются средства математической статистики для оценки вероятностей рисков, а также средства теории вероятностей для того, чтобы рассчитать страховые премии, необходимые для обеспечения обязательств страховщика. При этом, важно понимать разницу между математическим ожиданием и ожидаемой полезностью.

Для этого я рассматриваю различные подходы к упорядочиванию рисков. Задав с помощью естественного упорядочивания множества действительных чисел (\leq) отношение предпочтения (\preceq) на множестве допустимых альтернатив, то есть на множестве доходов(или потерь), мы можем оценить доходы(или потери) через математическое ожидание. Однако, несложно убедиться, что на практике такой подход не всегда приводит к разумным результатам. Это доказывает Петербургский парадокс[3].

Решением парадокса является введение функции полезности $u(x)$, где x — количество денег. Фактически, это функция полезности денег, которая выражает субъективную ценность богатства. Чтобы оценивать полезность, вместо математического ожидания случайной величины было предложено использовать математическое ожидание её полезности:

$$V(A) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)dF_A(x) = \mathbb{E}u(X_A) \quad (1)$$

Функция V в данной работе, как и в большинстве научных ра-

бот и задач, относящихся к финансовой и актуарной математике, называется функцией полезности, а символ u используется для обозначения непосредственно функции полезности денег.

Таким образом, решение Петербургского парадокса с помощью функции полезности послужило одним из первых шагов к созданию теории ожидаемой полезности. А она в свою очередь стала в дальнейшем важной частью экономической теории.

В ходе моего исследования были рассмотрены две различные трактовки происхождения вероятностей (объективная и субъективная), показана разница между ними. В данной работе мною было изучено решение Петербургского парадокса, предложенное швейцарским математиком Даниилом Бернулли; произведён анализ функции полезности как математического инструмента, который применяется в финансовых расчётах. Были рассмотрены основные типы функции полезности – линейная, логарифмическая, показательная, экспоненциальная, – доказана теорема, объясняющая, каким образом получены именно такие функции полезности; а также рассмотрены её свойства, которые используются для решения задач, связанных с экономическими рисками, страхованием.

Таким образом, функция полезности играет важнейшую роль при решении задач финансовой и актуарной математики. А это подтверждает тот факт, что практически все экономические расчёты строятся на основе математического инструментария.

Литература

1. Бенинг В. Е., Королёв В. Ю., Шоргин С. Я. Введение в математическую теорию актуарных расчётов. М, 2000.
2. Фишберн П. Теория полезности // Методологические основы и математические методы: сб. /под ред. Дж.Моудер, С.Элмаграби, пер. с англ., М., 1981
3. Шоломицкий А. Г. Теория риска. Выбор при неопределённости и моделирование риска. Издательский дом ГУ ВШЭ, 2005.