

Бисимуляции для градуированного модального языка

Научный руководитель – Золин Евгений Евгеньевич

Ищенко Дарья Дмитриевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической логики и теории
алгоритмов, Москва, Россия
E-mail: ischenkodas@gmail.com

В градуированном модальном языке помимо модальности \Diamond используется модальность $\Diamond^{\geq n}$, означающая, что данная формула верна в не менее чем n последовательных точках модели Крипке. Для этого языка двумя исследователями были независимо предложены два разных определения бисимуляционной эквивалентности отмеченных моделей Крипке.

Пусть даны две модели Крипке $M = (W, R, V)$ и $M' = (W', R', V')$.

Согласно van der Hoek [1], g -бисимуляция между M и M' — это непустое отношение $Z \subseteq W \times W'$, удовлетворяющее нескольким условиям; ключевое из них: если $a Z a'$ и $a R b_i$, $1 \leq i \leq n$, где все b_i попарно различны, то существуют попарно различные b'_1, \dots, b'_n , такие что $b_i Z b'_i$ и $a' R' b'_i$; аналогично в обратную сторону.

Согласно de Rijke [2], G -бисимуляцией между M и M' называется последовательность $Z = (Z_1, Z_2, \dots)$, где $Z_n \subseteq 2_n^W \times 2_n^{W'}$ (где 2_n^W — множество всех n -элементных подмножеств множества W), удовлетворяющая нескольким условиям; ключевые из них:

1. если $\{a\} Z_1 \{a'\}$ и $X \subseteq R(a)$, где $|X| = n$, то существует такое $X' \subseteq R'(a')$, $|X'| = n$, что $X Z_n X'$; аналогично в обратную сторону;
2. если $X Z_n X'$, то для каждой точки $a \in X$ существует точка $a' \in X'$, такая что $\{a\} Z_1 \{a'\}$; аналогично в обратную сторону.

Говорят, что отмеченные модели Крипке (M, a) и (M', a') находятся в отношении g - (соответственно, G -) бисимуляционной эквивалентности, если существует g - (G -) бисимуляция между M и M' , соединяющая данные точки.

В представленной работе доказывается теорема, дающая положительный ответ на вопрос о том, совпадают ли заданные отношения.

Теорема 1. *Отношения g - и G -бисимуляционной эквивалентности совпадают.*

Список литературы

- [1] Wiebe van der Hoek, *On the semantics of graded modalities*, chapter 4 of his PhD Thesis “Modalities for Reasoning about Knowledge and Quantities”, Free University of Amsterdam, 1992.
- [2] Maarten de Rijke, *A note on graded modal logic*. *Studia logica*, 2000, vol. 64, pp. 271–283.