

**Пределные теоремы для фрактального броуновского движения**

**Научный руководитель – Прохоров Александр Владимирович**

**Савицкий Александр Вадимович**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра математической статистики и  
случайных процессов, Москва, Россия  
*E-mail: savid2000@mail.ru*

Доклад посвящен изучению свойств фрактального броуновского движения, в частности, асимптотических, которые в дальнейшем будут использованы изучения различных оценок параметра Харста. Фрактальное броуновское движение  $y_t^H$  оп определению является случайным процессом, обладающим следующими свойствами: 1)  $y_0^H = 0$  2)  $y_t^H$  обладает свойством автомодельности с параметром  $H$ . 3)  $y_t^H$  имеет стационарные приращения. 4)  $y_t^H$  - гауссовский случайный процесс. Исследованы различные подходы к определению процесса фрактального броуновского движения, в частности, в работе доказана эквивалентность двух из них. С помощью ФБО строятся различные математические модели для описания процессов, таких, например, как модель солнечной активности, курсов обмена финансовых инструментов, потоков турбулентности воздуха и т.д. В связи с этим возникают два вопроса, связанные с изучением этого случайного процесса: 1) прогнозирование значения на некоторое количество шагов вперед. 2) оценка показателя  $H$  (в литературе также встречается название "показатель Харста"). В работе приводятся результаты, которые помогают разрешить второй вопрос путем построения соответствующей статистики и определению ее асимптотического поведения. Доказаны теоремы для некоторых статистик, построенных на основе фрактального броуновского движения, в частности для выборочного среднего и выборочной автоковариационной и автокорреляционной функции:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + \dots + y_n}{n}, \quad \gamma_y(k) = \bar{c}_k = n^{-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y}), \quad \bar{\rho}(k) = \frac{\gamma_y(k)}{\gamma_y(0)},$$

Также в качестве дополнительного результата приводится доказательство асимптотического распределения выборочных автоковариаций  $cov(\bar{c}_k, \bar{c}_l)$  для различных значений показателя Харста. Данные результаты планируется использовать в дальнейшем для получения явного вида асимптотического распределения оценок показателя Харста и их сравнения их между собой.

**Источники и литература**

- 1) M.Rosenblatt. A central limit theorem and a strong mixing condition, Columbia University, 1955
- 2) Ибрагимов И.А., Линник Ю.В. Независимые и стационарно связанные величины. М.: Наука. 1965.
- 3) Шурыгин А.М. Статистика при подсчете запасов. МГУ.1978
- 4) Яглом А.М. Корреляционная теория процессов со случайными стационарными  $\Phi_n$ - $\Phi_m$ и приращениями. //Математический сборник.1955.т.37(79), №1, сс.141-196.
- 5) Dobrushin R.L., Major P. Non-central Limit Theorems for Non-linear Functionals of Gaussian Fields. Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw.Gebiete.1979. V.50, pp.27-52