

Критерий высотности атома**Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич****Трифорова Виктория Александровна***Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
 приложений, Москва, Россия

E-mail: trifonovaviktoriya2012@yandex.ru

Пусть M^2 - гладкое компактное двумерное многообразие, $f : M^2 \rightarrow \mathbb{R}$ - функция Морса на M^2 и $\{x \in M^2 : f = k, k \in \mathbb{R}\}$ - её особый уровень. Тогда существует $\varepsilon > 0$ такое, что $f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon])$ не содержит особых точек, кроме лежащих на особом уровне ($\{f = k\}$).

Определение 1. Атомом называется пара $(f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon]), f^{-1}(k))$ с указанием вложения графа $f^{-1}(k)$ в поверхность $f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon])$. Атом называется ориентируемым, если эта поверхность ориентируема. Граф $f^{-1}(k)$ называется остовом атома. Два атома называются изоморфными, если существует гомеоморфизм пар, который переводит поверхность в поверхность (сохраняя ориентацию, если поверхность ориентирована), остов в остов, а функцию переводит в функцию. Будем говорить, что атом $(f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon]), f^{-1}(k))$ порожден функцией f . Второе эквивалентное определение атома как "оснащённой" пары см. в [1]

Определение 2. Назовем атом, порожденный функцией f высотным, если существует такое вложение $g : M^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, что $f(p) = z(g(p))$ для каждой точки $p \in g(M^2)$, где z — стандартная координата в пространстве \mathbb{R}^3 , т. е. z — функция высоты на $g(M^2)$.

Определение 3. Конечный связный граф G , некоторые ребра которого ориентированы, называется ориентированным f -графом, если все его вершины имеют степень 3, причем к каждой его вершине примыкают ровно два ориентированных полуребра, из которых одно входит в вершину, а другое выходит из нее. Отметим, что вершина может быть началом и концом одного и того же ориентированного ребра–петли. Подробнее о построении f -графа по атому и его свойствах в [1, 2, 3, 4]

Определение 4. Препятствием V назовём два ориентированных цикла с вершинами v_1, v_2, v_3 на первом цикле и u_1, u_2, u_3 на втором цикле, занумерованными в порядке обхода циклов, и хордами (v_1, u_2) , (v_2, u_3) и (v_3, u_1) .

Теорема 1. Атом является высотным тогда и только тогда, когда его f -граф не содержит полный двудольный граф $K_{3,3}$ и препятствие V .

Теорема 2. Существует алгоритм распознавания высотности атома.

Работа выполнена при поддержке программы "Ведущие Научные Школы" (грант НШ-6399.2018.1, соглашение № 075-02-2018-867).

Источники и литература

- 1) Болсинов А. В., Фоменко А. Т., Интегрируемые гамильтоновы системы, т. 1, // Ижевск: Изд. дом "Удмуртский университет", 444 с., (1999)
- 2) И. М. Никонов, Н. В. Волчанецкий, "Максимально симметричные высотные атомы" // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика, 2013, — №2 .— С. 5-8
- 3) И. М. Никонов, "Высотные атомы с транзитивной на вершинах группой симметрий" // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 2016. — № 6. — С. 17–25.

- 4) В. А. Трифонова, “Высотные частично симметричные атомы” // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 2018. — № 2. — С. 33–41.