Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Задача определения функции источника и коэффициента при производной по времени в полулинейном параболическом уравнении

Сугежик Айдана Леонидовна
Студент (магистр)
Сибирский федеральный университет, Институт математики и фундаментальной информатики, Красноярск, Россия
E-mail: aidanasugezhik@mail.ru

В полосе $G_{[0;T]} = \{(t;x;z)|0 \le t \le T, x \in E_1, z \in E_1\}$ рассматривается задача Коши

$$a_1(t,x)u_t = \alpha_1(t,x)u_{xx} + \alpha_2(t,x)u_x + b_1(t,x)u_{zz} + b_2(t,x)u_z + b_3(t,x)u^2 + \\ + a_2(t,x)f(t,x,z), \quad (1)$$

$$u(0,x,z) = u_0(x,z), (x,z) \in E_2. \quad (2)$$

Считаем, что коэффиценты $\alpha_i(t,x), b_j(t,x)$ непрерывно дифференцируемые действительнозначные функции, где $0 \le t \le T, T > 0, T = const$, $j = 1,2,3$, $i = 1,2$, причем $\alpha_1(t,x) \ge l_1$, $l_1 > 0$, $b_1(t,x) \ge l_2$, $l_2 > 0$, $l_i - const$. Функции $f(t,x,z)$ и $u_0(x,z)$ заданы в $G_{[0;T]}$ и E_2 соотвественно. $E_n - n$-мерное евклидово пространство, $n \in N$.

Предполагается,что выполняются условия переопределения

$$u(t,x,a) = \varphi_1(t,x), u(t,x,b) = \varphi_2(t,x), (t,x) \in \Pi_{[0,T]}, \quad (3)$$

где $\Pi_{[0,T]} = \{(t,x)|\, 0 \le t \le T, \quad x \in E_1\}; a \ne b, a, b - const$; $\varphi_1(t,x)$, $\varphi_2(t,x)$-заданные функции, удовлетворяющие условиям согласования

$$\varphi_1(0,x) = u_0(x,a), \varphi_2(0,x) = u_0(x,b), x \in E_1.$$

Мы рассматриваем классические (достаточно гладкие) решения.

Решением задачи (1) – (3) в полосе $G_{[0,t^*]}$ будем считать тройку функций $u(t,x,z)$, $a_1(t,x), a_2(t,x)$, которые удовлетворяют уравнению (1) в $G_{[0,t^*]}$, $0 < t^* \le T$ и условиям (2), (3), причем условия (3) выполняются при $(t,x) \in \Pi_{[0,t^*]}$.

На основе условий переопределения (3) поставленная обратная задача приводится к прямой задаче для нагруженного уравнения. Доказывается разрешимость прямой задачи в предположении достаточно гладких входных данных, свойств срезающей функции, с помощью метода слабой аппроксимации[1, 2].

Решение исходной обратной задачи выписывается в явном виде через решение прямой задачи. На этой основе доказываются теоремы существования и единственности классического решения обратной задачи в классе гладких ограниченных функций при $t^* \in (0;T]$, $T - const, T > 0$. Найдено условие зависимости t^* от постоянных, ограничивающих достаточно гладкие входные данные.

Список литературы

[1] Белов Ю. Я., Кантор С. А. Метод слабой аппроксимации. Красноярск, 1999.

[2] Демидов Г. В., Яненко Н.Н. Метод слабой аппроксимации // Труды Всесоюзной конференции по уравнениям с частными производными. М., 1978. С.100-102.