Секция «Прикладная механика и управление»

Оптимизация управляемого спуска в атмосфере при наличии разгоняющей силы.

Научный руководитель – Черкасов Олег Юрьевич

Смирнова Нина Владимировна
Студент (магистр)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Факультет космических исследований, Москва, Россия
E-mail: nina.smirnova247@yandex.ru

Рассматривается движение материальной точки в вертикальной плоскости. Поле тяжести и сопротивляющаяся среда однородны. В качестве управляющих переменных рассматриваются сила, ортогональная к касательной к траектории и разгоняющая сила, направленная по касательной к траектории. Сопротивление предполагается линейной функцией скорости. Функционал задачи представляет собой сумму двух слагаемых, первое соответствует максимизации горизонтальной дальности (терминальный член), второе отражает затраты на управление тягой (интегральный член), время процесса фиксировано. Ранее в работах [1]-[3] тяга принималась известной функцией. Уравнения движения в безразмерных переменных имеют вид [1]:

$$\begin{cases} \dot{x} =v\cos\theta, \\ \dot{y} =v\sin\theta, \\ \dot{v} =-v-\sin\theta+p. \end{cases}$$

Здесь x – дальность, y – высота, θ – угол наклона траектории, p – сила тяги, v – скорость. Начальные условия и функционал имеют вид:

$$x(0)=x_0,\quad y(0)=y_0,\quad v(0)=v_0.$$

$$J=-x(T)+\int\limits_0^T p^2(t)\,dt\to\min_{\theta,p},\qquad 0\leqslant t\leqslant T,\qquad -\overline{p}\leqslant p(t)\leqslant\overline{p},\quad \overline{p}=const>0.$$

В результате применения принципа максимума Понтрягина поставленная задача оптимального управления сведена к краевой:

$$\begin{cases} \dot{\theta} =\dfrac{\cos\theta}{v}(1+(2v-p)\sin\theta), \\ \dot{v} =-v+p-\sin\theta. \end{cases}$$

$$v(0)=v_0,\quad \theta(T)=0,\qquad 0\leqslant t\leqslant T.$$

Обозначив $p^0=(-v\tan\theta)/2$, запишем следующий закон управления тягой:

$$p = \begin{cases} \overline{p}\ , & p^0 \geq \overline{p}, \\ -\overline{p}, & p^0 \leqslant -\overline{p}, \\ p^0\ , & p^0 \in [-\overline{p}, \overline{p}]. \end{cases}$$

Следовательно, экстремальное управление тягой построено в виде функции от скорости и угла наклона траектории. Проведено качественное исследование решений краевой задачи при граничных и промежуточных значениях тяги. Построены эскизы глобальных фазовых портретов и установлены асимптотические магистральные свойства траекторий. Приведены результаты численного моделирования, иллюстрирующие аналитическое исследование.