Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

К вопросу о максимальном числе вершин в примитивных регулярных графах с экспонентом 3

Научный руководитель – Абросимов Михаил Борисович

Лось Илья Викторович

Аспирант

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Факультет компьютерных наук и информационных технологий, Саратов, Россия

E-mail: los.ilia.ru@gmail.com

В данной работе речь пойдёт о неориентированных графах. Напомним некоторые определения. *Регулярным* или *однородным* графом *порядка* p называется простой неориентированный граф, все вершины которого имеют степень p. *Диаметром* связного графа называется длина наибольшего пути между всеми парами вершин. Связный граф называется *примитивным*, если между любой парой вершин этого графа (в том числе из вершины в саму себя) существует путь длины ровно k. Причём минимальное такое число k называется *экспонентом* этого примитивного графа [2].

В работе [1] получены точные оценки на максимальное число вершин для регулярных графов с диаметром 2 и порядками 2, 3 и 4. В данной работе были получены результаты для регулярных примитивных графов с экспонентом 3.

Обозначим за n_p максимально возможное число вершин в регулярном примитивном графе с порядком p и экспонентом равным 3.

Во-первых, была доказана теорема, устанавливающая верхнюю оценку на n_p в зависимости от порядка графа p:

Теорема 1. Для максимально возможного числа вершин в регулярном примитивном графе с экспонентом 3 и порядком p имеет место неравенство:

$$n_p \leq 3(p-1) + 2(p-2)(p-1) + (p-2)^2(p+1).$$

Тогда, в частности, имеем $n_3 \leq 14$, $n_4 \leq 41$ и $n_5 \leq 90$.

Во-вторых, удалось получить точное значение n_3:

Теорема 2. Для максимально возможного числа вершин в регулярном примитивном графе с экспонентом 3 и порядком 3 имеет место равенство:

$$n_3 = 12.$$

Источники и литература

1) Vu Dinh H., Minh Tuan D. K-regular graphs with diameter 2 // International journal of advanced computer technology. Vol. 4. 2015. №5. P. 14-19.
2) Wielandt H. Unzerlegbare nicht negative Matrizen // Math. Zeitschr. 1950. V. 52. P. 642-648.