Кривые, разделяющие топологический тип изоэнергетических поверхностей системы шар Чаплыгина с ротором

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Жила Александра Игоревна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

E-mail: saffeya@yandex.ru

Рассматривается задача о качении уравновешенного динамически несимметричного шара с ротором по горизонтальной шероховатой плоскости. Данная система допускает четыре первых интеграла: $H = \frac{1}{2}(M, \omega)$, $N = (M + K, M + K)$, $C = (M + K, \gamma)$, $G = (\gamma, \gamma)$.

Фазовое пространство, на котором задана исследуемая система, $\mathbb{R}^6(M, \gamma)$ расслаивается на четырехмерные симплектические листы $\mathcal{M}^4_c = \{C = c, G = 1\}$.

Определение 1. Изоэнергетической поверхностью называется неособое трехмерное многообразие $Q^3_h = \{x \in M^4 : H(x) = h\}$, где $\mathrm{d}H(x) \neq 0$ для всех $x \in Q^3_h$.

Подробнее про изоэнергетические поверхности см. в 1.

Теорема 1. *Для системы Жуковского с гамильтонианом H, разделяющие кривые для изоэнергетических поверхностей на плоскости $\mathbb{R}^2(h, c)$ при различных значеиях параметров гамильтониана задаются следующим образом:*

1) набор кривых $\widetilde{\sigma}$: $$\begin{cases} c = \sqrt{\left(\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{K_i^2}{(J_i - \lambda)^2}\right)(d - \lambda)^2} \\ h = \dfrac{1}{2}\left(\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{K_i^2 J_i}{(J_i - \lambda)^2} - d\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{K_i^2}{(J_i - \lambda)^2}\right) \end{cases}$$

2) отрезок $\widetilde{t_0}$: $\left[(0;0), \left(0; \sqrt{\sum_{i=1}^3 K_i^2}\right)\right]$

3) кривая $\widetilde{s}$: $h = \dfrac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^3 \dfrac{K_i^2}{J_i} - \dfrac{c^2}{d}\right)$

4) набор кривых $\widetilde{l}$: $$\begin{cases} c = \sqrt{\left(\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{J_i K_i^2}{(J_i - \lambda)^3}\right)\dfrac{(d - \lambda)^3}{d}} \\ h = \dfrac{1}{2}\left(\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{K_i^2 J_i}{(J_i - \lambda)^2} - (d - \lambda)\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{J_i K_i^2}{(J_i - \lambda)^3}\right) \end{cases}$$

5) точка $\widetilde{P_0}$: $$\begin{cases} c = 0 \\ h = \dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{K_i^2}{I_i} \end{cases}$$

6) точка $\widetilde{Z}$: $$\begin{cases} c = 0 \\ h = \dfrac{1}{2}\left(\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{K_i^2}{I_i} + d\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{K_i^2}{I_i^2}\right) \end{cases}$$

Источники и литература

1) Интернируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация / Болсинов А. В., Фоменко А. Т.: Ижевск: РХД, 1999.