

**Объемы пространств модулей плоских метрик с коническими особенностями
и асимптотика роста числа фуллеренов**

Научный руководитель – Гайфуллин Александр Александрович

Рухович Алексей Дмитриевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
Россия

E-mail: alex-ruhovich@mail.ru

В работе представлен результат об асимптотике роста числа фуллеренов — сферических графов с вершинами степени 3 и гранями размера 5 и 6. Математическая теория фуллеренов имеет важные приложения в естественных науках.

Пусть дан фуллерен. Двойственный ему граф обладает свойством, что все его грани треугольные, а степени вершин — 5 и 6. При этом из формулы Эйлера следует, что вершин степени 5 ровно 12. Возьмем единичные равносторонние треугольники во взаимно-однозначном соответствии с гранями и склеим ребра этих треугольников в соответствии с ребрами двойственного к фуллерену графа. В результате получится некоторое метрическое пространство, эквивалентное сфере с плоской метрикой с 12 коническими особенностями дефекта $\frac{\pi}{3}$, поскольку особенности будут только в вершинах. Таким образом, фуллеренам соответствуют плоские метрики на сфере с коническими особенностями.

В работе [2] У.Терстон показал, что при любых $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ из интервала $(0, 2\pi)$ таких, что $\alpha_1 + \dots + \alpha_n = 4\pi$, пространство $C_{\alpha_1, \dots, \alpha_n}$ модулей плоских метрик с коническими особенностями дефектов $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ является многообразием размерности $2(n - 3)$ с естественной комплексной гиперболической метрикой.

Показано, что асимптотика числа фуллеренов с не более, чем k вершинами имеет вид $\Phi(k) \sim ck^{10}$. Представление фуллеренов как точек пространстве модулей $C_{12 \times \frac{\pi}{3}}$ связывает константу c из асимптотики с объемом пространства модулей (объем здесь определяется как интеграл от формы объема, соответствующей вышеупомянутой комплексной гиперболической метрике). В работе МакМаллена [1] вычислены объемы $C_{\alpha_1, \dots, \alpha_n}$ для всех допустимых наборов $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Используя этот результат, мы находим явный вид константы в асимптотике роста числа фуллеренов.

Источники и литература

- 1) C. T. McMullen. The Gauss-Bonnet theorem for cone manifolds and volumes of moduli spaces. Preprint.
- 2) W. P. Thurston. Shapes of polyhedra and triangulations of the sphere. In The Epstein Birthday Schrift, volume 1 of Geom. Topol. Monogr., pages 511–549. Geom. Topol. Publ., 1998.