Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Колебательная потеря устойчивости нулевого решения в одной нелинейной краевой задаче с запаздыванием

Научный руководитель – Глызин Сергей Дмитриевич

Ивановский Л.И.[1], *Куксёнок И.С.*[2]

1 - Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия; 2 - Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

Рассмотрим нелинейную краевую задачу с запаздыванием:

$$\dot{u} = u'' + \gamma u(t-h) - u^3, \tag{1}$$

$$u'(0,t) = 0, \quad u'(0,t) = \alpha u(x_0, t-\tau), \tag{2}$$

где α, $\gamma \in \mathbb{R}$, τ, $h \geqslant 0$, $x_0 \in [0,1]$.

Нулевое состояние равновесия краевой задачи (1), (2) колебательно теряет устойчивость в том случае, если все собственные числа лежат в левой комплексной полуплоскости, а одна из пар находится на мнимой оси.

Рассмотрим разложение решения краевой задачи (1), (2) в нормальной форме по степеням малого параметра ε

$$\sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon^{\frac{j+1}{2}} u_j(t,s,x), \tag{3}$$

где $s = \varepsilon t$ – медленное время, а u_0 имеет вид

$$u_0 = z(s)e^{iwt}w(x) + \overline{z(s)}e^{-iwt}\overline{w(x)}.$$

Подстановка разложения (3) в задачу (1), (2) приводит к системе последовательно разрешимых краевых задач с модифицированными краевыми условиями. Эта система позволяет получить уравнение на амплитуду колебаний нулевого решения вида

$$\dot{z} = \phi z + dz|z|^2. \tag{4}$$

Для исследования экспоненциально-орбитально устойчивого цикла, описываемого формулой (3), достаточно изучить зависимость действительных частей параметров ϕ и d дифференциального уравнения (4) от значений параметров краевой задачи (1), (2).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-21-00158).

Источники и литература

1) Кащенко С.А. О бифуркациях при малых возмущениях в логистическом уравнении с запаздыванием // Моделирование и анализ информационных систем. 2017. Т. 24, №2. С. 168 – 185.