

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Симметрический пограничный слой нелинейной жидкости О.А. Ладыженской в переменных Крокко

Научный руководитель – Чечкин Григорий Александрович

Булатова Регина Рашидовна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Москва,
Россия

E-mail: regi9292@mail.ru

В данной работе продолжено изучение пограничного слоя модифицированной жидкости О.А. Ладыженской. Основным методом здесь является преобразование Крокко, которое переводит систему уравнений пограничного слоя в квазилинейное вырождающееся параболическое уравнение. Такая система уравнений с помощью замены переменных Мизеса изучалась в [1],[2].

$$\nu u_{yy}(1 + 3d(u_y)^2) - uu_x - vu_y = -U(x)U'(x), \quad u_x + v_y = 0. \quad (1)$$

в области $D = \{0 < x < X, \quad 0 < y < \infty\}$.

Здесь ν – вязкость, d – постоянная, зависящая от свойств жидкости, плотность жидкости и проводимость предполагаются равными единице, $U(x)$ – заданная функция.

Система уравнений (1) рассматривается с граничными условиями

$$u(0, y) = u_0(y), \quad u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = v_0(x), \quad u(x, y) \rightarrow U(x) \text{ при } y \rightarrow \infty. \quad (2)$$

Функции $u_0(y), v_0(x)$ предполагаются заданными.

С помощью преобразования Крокко $\xi = x, \eta = \frac{u(x,y)}{U(x)}, w(\xi, \eta) = \frac{u_y(x,y)}{U(x)}$ система уравнений (1) с условиями (2) сводится к одному квазилинейному уравнению вида

$$\nu(1 + 3dU^2w^2)w^2w_{\eta\eta} - \eta U w_\xi + (\eta^2 - 1)U_\xi w_\eta - \eta U_\xi w + 6\nu dU^2w_\eta^2w^3 = 0 \quad (3)$$

в области $\Omega = \{0 < \xi < X, 0 < \eta < 1\}$ с граничными условиями

$$w(\xi, 1) = 0, \quad w(0, \eta) = w_0(\eta), \quad (\nu w w_\eta (1 + 3dU^2w^2) - v_0(\xi)w + U_\xi) \Big|_{\eta=0} = 0 \quad (4)$$

Эта задача решена методом прямых, т.е. дискретизацией по ξ и заменой уравнения (3) системой обыкновенных дифференциальных уравнений.

Доказана теорема существования и единственности решения задачи (3), (4).

Источники и литература

- 1) Самохин В. Н., Фадеева Г. М., Чечкин Г. А. Уравнения пограничного слоя для модифицированной системы Навье–Стокса. Тр. семинара им. И.Г. Петровского, Т.28, 2011, С. 329 - 361
- 2) Самохин В. Н., Чечкин Г. А. Уравнения пограничного слоя обобщенно ньютоновской среды в окрестности критической точки. Тр. семинара им. И.Г. Петровского, Т.31, 2016, С. 158 - 176.