

Нелинейное исследование осцилляций поверхности заряженной капли в поле стержня

Ширяев Александр Александрович

Аспирант

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия

E-mail: aashiryayev@list.ru

В работе рассматривается капля радиуса R идеальной, идеально проводящей, несжимаемой жидкости плотностью ρ , с коэффициентом поверхностного натяжения σ , зарядом Q , помещённая в электрическое поле стержня, поддерживаемого при потенциале ϕ_0 . Центр масс капли располагается на расстоянии L от конца стержня длиной $2a$ и диаметром $2b$. Исследуем поведение такой капли в нелинейном приближении по комбинации двух малых параметров: амплитуд стационарной деформации и волнового возмущения. Решение задачи проводится в сферической системе координат с началом отсчёта в центре масс капли. Задача решается в приближении потенциального течения жидкости и обезразмеривается на характерные масштабы $R=\rho=\sigma=1$. Рассматривается осесимметричная постановка. Соотношения между характерными размерами следующие: $b, L, a \gg R$.

Форма поверхности капли записывается в виде суперпозиции сферической формы, деформационного искажения $h(\theta)$, записываемого разложением по полиномам Лежандра с амплитудами разложения a_n и волнового возмущения $\xi(\theta, t)$.

Поле стержня моделируется полем вытянутого сфероида с потенциалом Φ_r , представляемого в виде разложения по полиномам Лежандра. В численных оценках при задании наибольшей величины относительной ошибки приближения $\delta_{max} \leq 1\%$, получено, что в разложении достаточно учитывать слагаемые до восьмого включительно.

Сравнение показало, что суммарный вклад высоких мод в $h(\theta)$ значительно меньше вклада мод с номерами $n=2,3$. Увеличение толщины стержня приводит к уменьшению вклада Зей моды.

Было проведено сравнение с экспериментальными данными, опубликованными в 2010 году работе [1], где наблюдался распад капель этилового спирта. Переходя к безразмерным переменным, используемым в текущей работе, получим следующие выражения параметров: $\phi_0=110$, $a=10$, $b=0.29$, $L=5$. Равновесная форма незаряженной капли согласно модели имеет вид слабо искажённой сферы, так как значения амплитуд основных мод в безразмерном виде составляют $a_2=0.3960^{-2}$ и $a_3=0.2130^{-3}$ не превышают процента от радиуса капли. Данный результат качественно согласуется с приведенными в [1] фотографиями, согласно которым основной объём капли сохранял форму, близкую к сферической. Формирование эмиссионных выступов на поверхности капли [1] связано не с равновесным искажением, а с наложением амплитуд неустойчивых мод осцилляций поверхности.

Таким образом, в электростатическом поле стержня равновесная форма искажена асимметрично и может приближённо описываться суперпозицией сферы и двух мод с номерами $n=2,3$, при этом асимметрия становится меньше по мере увеличения длины стержня. Анализ нелинейных осцилляций показывает, что сокращение длины стержня приводит к расширению области устойчивых колебаний. Возбуждённая в начальный момент времени мода k , вызывает осцилляции связанных с ней мод. В поле более длинного стержня происходит увеличение частот, амплитуд и инкрементов осцилляций связанных мод.

Источники и литература

- 1) Kim O.V., Dunn P.F. Control production by in-flight electrospraying // Langmuir. 2010. V.26. P.15807-15813.