Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Касательные процессы к пространству путей группы токов

Калиниченко Артем Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра теории функций и функционального анализа, Москва, Россия

E-mail: jorkug@yandex.ru

Рассмотрим группу $C(M,G)$, называемую группой токов, непрерывных отображений из компактного риманова многообразия M в компактную группу Ли G с алгеброй Ли L. Броуновское движение на ней может быть построено как решение бесконечной системы стохастических дифференциальных уравнений, тем самым определяя измеримый изоморфизм пространства путей $E_G := C([0,1], C(M,G))$ и его "алгебры Ли" $E := C([0,1], C(M,L))$, на которой задана структура абстрактного винеровского пространства с пространством Камерона-Мартина H, определяющая метрику на E_G.

В то время как исчисление Маллявэна определяет естественный анализ на E, при переносе его на E_G оказывается, что образы производных вдоль направлений из H не образуют замкнутой относительно взятия коммутатора системы векторных полей (см. [2]). Отсюда возникла идея расширения пространства векторных полей, соответствующих производным по направлениям из H, до так называемых *касательных процессов* (см. [1,2,3]), предложенная Б. К. Драйвером для случая, когда вместо группы токов рассматривается конечномерное многообразие. Эти процессы представляют из себя семимартингалы вида

$$< br/ > x_t = \int_0^t A_t dW_t + \int_0^t b_t dt,$$

где A_t принимает значения во множестве косо-симметричных матриц. В докладе будут представлены результаты, распространяющие эти идеи на бесконечномерную ситуацию: мы определяем касательные процессы с использованием стохастического анализа на бесконечномерных пространствах и доказываем существование порожденных ими потоков, оставляющих распределение броуновского движения квази-инвариантным.

Источники и литература

1) Driver B.K. A Cameron-Martin type quasi-invariance theorem for Brownian motion on a compact Riemannian manifold // Journal of Functional Analysis. 1992. No. 110(2). pp. 272–376.
2) Driver B.K. The Lie Bracket of Adapted Vector Fields on Wiener Spaces // Applied Mathematics and Optimization. 1999. No. 39(2). pp. 179-210.
3) Cruzeiro A.B., Malliavin P. Renormalized Differential Geometry on Path Space: Structural Equation, Curvature // Journal of Functional Analysis. 1996. No. 139(1). pp. 119-181.

Слова благодарности

Автор благодарен профессору Олегу Георгиевичу Смолянову за поддержку и полезные дискуссии.