

**СОГЛАСОВАНИЕ ПРОГНОЗОВ ИЕРАРХИЧЕСКИХ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КАК ЗАДАЧА ПОИСКА  
РАВНОВЕСИЯ НЭША В АНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ ИГРЕ**

*Стенина Мария Михайловна*

*Студент*

*Факультет управления и прикладной математики МФТИ, Москва, Россия*

*E-mail: mmedvednikova@gmail.com*

Рассматривается задача одновременного прогнозирования большого числа временных рядов, связанных в иерархическую многоуровневую структуру, в которой временные ряды каждого следующего (более высокого) уровня формируются путем поэлементного суммирования некоторой части (возможно, всех) временных рядов предыдущего уровня. Условимся нумеровать уровни иерархии снизу вверх, начиная с единицы.

Вектором независимых прогнозов называется вектор, все элементы которого получены путем независимого получения прогнозов для всех временных рядов иерархии. Вектором согласованных прогнозов называется вектор прогнозов, элементы которого удовлетворяют структуре иерархии, то есть каждый элемент вектора, соответствующий прогнозу временного ряда из второго или более высокого уровня, равен сумме элементов, соответствующих прогнозам временных рядов предыдущего уровня, суммированием которых получен рассматриваемый ряд. Решением задачи является вектор согласованных прогнозов, удовлетворяющим физическим ограничениям на прогнозы, таким как неотрицательность или максимальное допустимое значение. Также от согласованных прогнозов требуется, чтобы значение функции потерь при их использовании было не больше, чем при использовании независимых прогнозов.

Задача согласования прогнозов рассматривается как поиск равновесия Нэша в антагонистической игре игрока, выбирающего согласованные прогнозы, удовлетворяющие физическим ограничениям, с природой, которая выбирает действительные значения временных рядов. Функция потерь игрока имеет вид разности значения функции потерь при использовании согласованных прогнозов и значения функции потерь при использовании вектора независимых прогнозов. Такое представление задачи не влияет на ее решение и направлено на интерпретируемость полученного результата. Доказывается, что при выполнении ряда достаточно общих предположений о свойствах структуры иерархии, физических ограничений и используемой

функции потерь в игре существует равновесие Нэша в чистых стратегиях. Выбор в качестве вектора согласованных прогнозов вектора, который является равновесной стратегией для игрока, гарантирует, что прогнозы будут удовлетворять физическим ограничениям, будут согласованными и будут доставлять значение функции потерь не большее, чем при использовании независимых прогнозов, для любого набора действительных значений временных рядов. Задача поиска равновесной стратегии игрока является задачей оптимизации с ограничениями типа равенства и неравенства.

Предлагается алгоритм согласования прогнозов иерархических временных рядов ГТОр (Game Theoretically Optimal reconciliation), который сводит задачу согласования прогнозов к поиску равновесия Нэша в описанной выше игре. Он позволяет согласовывать независимые прогнозы с иерархической структурой, одновременно обеспечивая выполнение физических ограничений на прогнозы и гарантируя неухудшение качества прогнозирования. Алгоритм ГТОр не требует оценки погрешностей независимых прогнозов и не требует их несмещенности. Он позволяет согласовать прогнозы с иерархической структурой любой сложности путем поиска решения задачи минимизации с ограничениями типа равенства и неравенства.

Результаты тестирования алгоритма ГТОр на данных о посуточном отправлении вагонов с различными типами грузов с ряда веток РЖД с различными типами иерархий подтверждают, что качество прогнозов иерархических временных рядов после проведения процедуры согласования возрастает по сравнению с качеством прогнозов, полученных для каждого временного ряда иерархии независимо.

### Литература

1. Стенина М. М., Стрижов В. В. Согласование агрегированных и детализированных прогнозов при решении задач непараметрического прогнозирования // Системы и средства информатики. 2014. Т. 24, № 2. С. 21–34.