Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Оператор Бесселя на отрезке и полуоси

Виктория Будыка Сергеевна
Аспирант
Институт прикладной математики и механики НАН Украины, Донецк, Украина
E-mail: vikulyarus17@gmail.com

Оператор Бесселя, порожденный дифференциальным выражением

$$\mathcal{A}(\nu) = -\frac{d^2}{dx^2} + \frac{\nu^2 - \frac{1}{4}}{x^2}, \tag{1}$$

где ν — порядок участвующих функций Бесселя, является объектом исследования спектральной теории расширений.

В ряде работ [2, 3] для оператора Бесселя в $L^2(0,\infty)$ был вычислен $m-$ коэффициент Вейля–Титчмарша при помощи классического определения. Также из неванлинновского представления этого $m-$коэффициента была получена спектральная функция Σ для описания спектра ассоциированного самосопряженного оператора в $L^2(0,\infty)$. Из дополнительного анализа вытекает предельное поведение функций из области определения фридрихсова расширения.

В настоящей работе рассматриваются спектральные свойства оператор Бесселя (1), с применением техники граничных троек и соответствующих функций Вейля [1]. Изучаются минимальный и максимальный операторы Бесселя на конечном интервале и полуоси в случае $\nu \in [0,1)$. Построена граничная тройка для максимального оператора и найдена соответствующая функция Вейля. Описаны области определения минимального оператора и его экстремальных (фридрихсова и крейновского) расширений. Описаны все самосопряженные и неотрицательные самосопряженные расширения минимального оператора. Показано, что функция Вейля на полуоси является пределом функций Вейля соответствующих граничным тройкам оператора Бесселя на конечных интервалах. Получены другие доказательства результатов Эвериттa и Кальфа [2], [4].

Источники и литература

1) Derkach V.A., Malamud M.M. Generalized rezolvent and the boundary value problems for Hermitian operators with gaps // J. Funct. Anal. 1991. V. 95. № 1. P. 1-95.
2) Everitt W.N., Kalf H. The Bessel differential equation and the Hankel transform // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2007. № 208. P. 3-19.
3) Fulton C., Langer H. Sturm–Liouville operators with singularities and generalized Nevanlinna functions // Complex Analysis and Operator Theory. 2010. № 4 (2). P. 179-243.
4) Kalf H. A Characterization of the Friedrichs Extension of Sturm-Liouville Operators // J. London Math. Soc. 1978. V. 2. № 17. P. 511-521.

Слова благодарности

Спасибо М.М. Маламуду за постановку задачи.