

Поиск точки Штейнера для треугольника на плоскости и в пространстве при помощи шарнирного механизма

Житная Марина Юрьевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

E-mail: g-ferra@mail.ru

Еще в 17 веке Ферма сформулировал задачу, которая состояла в том, чтобы соединить три деревни дорогами так, чтобы их длина была минимальной. В математической формулировке задача заключается в поиске минимальной сети, соединяющей некоторый набор точек на евклидовой плоскости [1]. В дальнейшем эта задача получила название проблемы Штейнера. Мелзак придумал алгоритм, который проверяет, существует ли локально минимальное дерево заданной топологии, и строит его в случае существования [2,3].

Под шарнирными механизмами будем понимать конструкции, состоящие из твердых прямых стержней, соединенных между собой так, что некоторые из них могут вращаться вокруг общей точки. Один из основных результатов теории шарнирных механизмов - это теорема Кемпе, которая говорит, что существует плоский шарнирный механизм, рисующий любое алгебраическое множество на плоском замкнутом диске [4]. Ее обобщение - теорема Кинга, утверждающая, что для любого $n > 1$ множество A из n -мерного Евклидова пространства рисуемо шарнирным механизмом, если и только если A - или все пространство, или компактное полуалгебраическое множество.

В ходе исследования были получены следующие результаты:

- две конструкции шарнирных механизмов, которые позволяют двигать по плоскости три точки, и для любого допустимого положения этих трех точек (при котором углы образованного треугольника меньше ста двадцати градусов) строить для них точку Штейнера.

- шарнирный механизм, строящий точку Штейнера для трех точек в трехмерном пространстве.

Источники и литература

- 1) Иванов А. О., Тужилин А. А., Теория экстремальных сетей - Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003
- 2) Melzak Z. A. On the problem of Steiner, Canad. Math. Bull., 1960, N 4, pp.143-148
- 3) Melzak Z. A. Companion to concrete mathematics, Wiley - Interscience, New York, 1973
- 4) Kempe A. B. How to draw a straight line: a lecture on linkages. - Macmillan & Co., 1877

Слова благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Тужилину А. А. за постановку задачи и постоянное внимание к работе.