Секция «Математика и механика»

Системы с избирательным случайным выбором на обслуживание

Макаревич Игорь Олегович
Студент
МГУ - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: m.igor.olegovich@gmail.com

В последнее время в теории телетрафика возвращается интерес к моделям с дисциплиной случайного порядка обслуживания (ROS - Random Order of Service) в связи с их использованием в телекоммуникационных системах. Одной из таких дисциплин является приоритетный случайный порядок обслуживания (DROS — Discriminatory Random Order of Service), впервые изученный в работе Haviv and van der Wal [1]. При данной дисциплине требованиям в зависимости от приоритетных классов присваиваются веса w_i, и вероятность попасть на обслуживание определяется по формуле — $\frac{w_i}{\sum_{j=1}^K w_j n_j}$.

Данная модель является, в некотором смысле, предельной для модели, которая вместо очереди использует орбиту повторных вызовов с интенсивностями возвращения tmu_i. А именно, если положить $\mu_i = w_i\mu$, то при $\mu \to \infty$ орбита переходит в очередь. Последняя модель была подробно изучена в Falin Templeton [2]. В частности, были получены уравнения для средней длины очереди в произвольный момент времени и в моменты ухода требований с обслуживания.

В недавних работах Kim et al [3] и [4] для системы с приоритетным случайным порядком обслуживания были получены аналогичные результаты. Однако, несмотря на связь двух моделей, методы, использованные в этих статьях, значительно отличаются от подхода, предложенного в [2].

Цель данной работы — для классической модели $M/G/1/\infty$ с дисциплиной приоритетного случайного порядка обслуживания изучить распределение длины очереди в произвольный момент времени, а также в моменты ухода требований с обслуживания на основе связи этой модели с моделью из [2]. Пусть λ_i — интенсивности входящих потоков, $\beta_{i,k}$ — k-е моменты времени обслуживания, а $\rho_i = \lambda_i\beta_{i,1}$ — средние объемы траффика каждого приоритетного класса.

Теорема 1 *Средняя длина очереди в произвольный момент времени определяется по формуле* $\mathbb{E}N_i(t) = \frac{\lambda_j\lambda\beta_2}{2}x_i$, *где* x_i *находятся из системы линейных уравнений*

$$\sum_{j=1}^{K} \frac{w_j\rho_j}{w_i + w_j}(x_i + x_j) = x_i - 1$$

Теорема 2 *Средняя длина очереди для вложенной цепи* N_j *определяется по формуле*

$$\mathbb{E}N_i = \frac{\lambda_i\rho}{\lambda} + \lambda_i \sum_{j=1}^{i} \frac{\lambda_j w_j}{w_j + w_i}(x_j + x_i)$$

где x_i *находятся из системы линейных уравнений*

$$\sum_{j=1}^{i} \frac{w_j\rho_j}{w_j + w_i}(x_j + x_i) = x_i - \frac{\beta_2}{2}$$

Литература

1. M. Haviv, J. van der Wal. Waiting times in queues with relative priorities. Operations Research Letters, 35 (2007) 591—594.

2. G.I. Falin, J.G.C. Templeton. Retrial Queues. Chapman Hall, 1997, 24—28, 231—237

3. J. Kim, J. Kim, and B. Kim. Analysis of the M/G/1 queue with discriminatory random order service policy. Performance Evaluation, 68(2011) 256—270.

4. J. Kim, Queue length distribution in a queue with relative priorities, Bulletin of the Korean Mathematical Society, 46(2009), 107—116.