Секция «Математика и механика»

Аддитивные функционалы от континуальной совокупности процессов потока Арратья

Чернега Павел Петрович
Аспирант
Институт Математики, Отдел Теории Случайных процессов, Киев, Украина
E-mail: pashamail@gala.net

Аннотация

В докладе мы приведем примеры аддитивных неотрицательных функционалов от континуальной совокупности процессов потока Арратья построенных с помощью точечных процессов более высоких размерностей.

Рассмотрим неотрицательную, ограниченную измеримую функцию $f(\cdot)$ на пространстве $\mathbb{R}^n$ с ограниченным носителем, $\{u_k^m := \frac{k}{2^m}, k \in \mathbb{Z}\}_{m\in\mathbb{N}}$ - последовательность измельчающихся разбиений вещественной прямой. Для заданных чисел $k_1 > \ldots > k_n$ определим случайный момент τ:

$$\tau := \tau(u_{k_1}^m) \wedge \tau(u_{k_1}^m, u_{k_2}^m) \wedge \tau(u_{k_2}^m) \wedge \ldots \wedge \tau(u_{k_n}^m).$$

$$\tau(u_{k_i}^m) = \inf\{t : x(u_{k_i}^m, t) = x(u_{k_i-1}^m, t)\} \wedge 1,\ \tau(u_{k_i}^m, u_{k_{i+1}}^m) = \inf\{t : x(u_{k_i}^m, t) = x(u_{k_{i+1}}^m, t)\} \wedge 1$$

Теорема 1 *Пусть $f \in \mathbb{B}(\mathbb{R}^n)$, $f \geq 0$, $supp\, f$ - ограниченное множество. Выполняется следующее неравенство*

$$E \lim_{m\to\infty} \sum_{k_1} \cdots \sum_{k_n} \int_{s\wedge\tau}^{t\wedge\tau} f(x(u_{k_1}^m, r), \ldots, x(u_{k_n}^m, r))dr \leq$$

$$\leq \lim_{m\to\infty} \sum_{k_1} \cdots \sum_{k_n} \int_s^t dr \int_{\Delta_{2n}} dy_1 \ldots dy_{2n} f(y_1, y_3, \ldots, y_{2n-1}) \mid G_{r,2n}^{KM} \mid, \qquad (1)$$

где $G_{r,2n}^{KM}$ -определелитель Карлина.

Лемма 1 *Существует случайный номер $N_0(\omega)$, такой, что имеет место равенство*

$$\sum_{k_1\in\mathbb{Z}} \cdots \sum_{k_n\in\mathbb{Z}} \int_{s\wedge\tau}^{t\wedge\tau} f((x(u_{k_1}^m, r), \ldots, x(u_{k_n}^m, r)))dr =$$

$$= \sum_{|k_1|\leq N_0} \cdots \sum_{|k_n|\leq N_0} \int_{s\wedge\tau}^{t\wedge\tau} f((x(u_{k_1}^m, r), \ldots, x(u_{k_n}^m, r)))dr,\ 0$$

Лемма 2 *С вероятностью единица существует предел*

$$\lim_{m\to\infty} \sum_{k_1\in\mathbb{Z}} \cdots \sum_{k_n\in\mathbb{Z}} \int_{s\wedge\tau}^{t\wedge\tau} f((x(u_{k_1}^m, r), \ldots, x(u_{k_n}^m, r)))dr.$$

Лемма 3 *Пусть $g \in \mathbb{B}(\mathbb{R}^n)$, $u_1 > \ldots > u_n$. Имеет место соотношение*

$$E\int\limits_{s\wedge\kappa}^{t\wedge\kappa} g(x(u_1,r),\ldots,x(u_n,r))dr = \int\limits_s^t dr \int\limits_{\Delta_n} g(y_1,\ldots,y_n) \mid det(p_r(y_i-u_j)) \mid dy_1\ldots dy_n,$$

$$\Delta_n := \{(z_1,\ldots,z_n):\ z_1>\ldots>z_n\},\ \kappa := \inf\{t : (x(u_1,t),\ldots,x(u_n,t)) \in \bigcup_{i\neq j}\{y_i=y_j\}\}.$$

Лемма 4 *Рассмотрим функцию $g(\cdot) \in L_1(\mathbb{R}^{2n})$ и множество целых чисел $\{k_1,\ldots,k_n\}$ со свойством $k_i - 1 > k_{i+1}$, $i=\overline{1,n-1}$. Имеют место следующие соотношения*

$$\lim_{m\to\infty}\sum_{k_1}\ldots\sum_{k_n}\int\limits_s^t dr\int\limits_{\Delta_{2n}} d\overrightarrow{y}\, g(\overrightarrow{y})\prod_{i=1}^n[p_r(u^m_{k_i}-y_{2i-1})-p_r(u^m_{k_i-1}-y_{2i-1})] =$$

$$= \int\limits_{\Delta_n} d\overrightarrow{z}\int\limits_s^t dr\int\limits_{\Delta_{2n}} d\overrightarrow{y}\, g(\overrightarrow{y})\prod_{i=1}^n p'_r(z_i-y_{2i-1}).$$