

Секция «Математика и механика»

Скорость роста магнитного поля в уравнениях динамо со случайными коэффициентами

Модяев И.И.¹, Михайлов Е.А.², Соколов Д.Д.³

1 - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, 2 - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, 3 - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия
E-mail: iimodyaev@gmail.com

Ряд задач магнитной гидродинамики приводит к рассмотрению уравнений со случайными коэффициентами. Мы исследуем этот вопрос на примере галактического динамо в рамках так называемого по- z приближения. Это приближение полагает галактический диск тонким и заменяет производные по оси z , перпендикулярной к плоскости диска, алгебраическими выражениями, тогда уравнения для компонент магнитного поля выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{R_\alpha}{1 + B_r^2 + B_\varphi^2} B_\varphi - \frac{\pi^2}{4} B_r + \lambda^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{r \partial r} (r B_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \varphi^2} \right),$$

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = -R_\omega B_r - \frac{\pi^2}{4} B_\varphi + \lambda^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{r \partial r} (r B_\varphi) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_\varphi}{\partial \varphi^2} \right).$$

В рамках нашей задачи мы полагаем, что коэффициент R_α принимает с вероятностью p значение $R_\alpha = 0.1$, с вероятностью $(1 - p)$ – значение $R_\alpha = 1$. Значения коэффициента обновляются с временным интервалом $\Delta t = 0.01$ в каждой из ячеек галактики размером порядка 10^{-1} ее радиуса, $R_\omega = 10$. Мы начинаем с простого случая $\lambda = 0$, сводящийся к обыкновенному дифференциальному уравнению. Для него можно аналитически вычислить скорости роста магнитного поля для нескольких характерных значений p и сравниваем их тем, что получено численно при помощи компьютерного генератора случайных чисел. Показано, что при $p > p_0 = 0.435$ решение затухает и генерации магнитного поля не происходит. Для ненулевого λ результаты оказываются похожими, однако p_0 снижается. В частности при $\lambda = 0.04$, $p_0 = 0.421$, что можно объяснить дополнительной диссипацией энергии, которая замедляет рост магнитного поля.

Литература

1. Е.А. Илларионов, Д.Д. Соколов, В.Н. Тутубалин, Вычислительные методы и программирование, 13, 218 (2012).
2. Е.А. Михайлов, Д.Д. Соколов, В.Н. Тутубалин, Вычислительные методы и программирование, 11, 261 (2010).
3. Мосс (D. Moss), MNRAS, 275, 191 (1995).