Секция «Математика и механика»

О стабилизации управляемых систем с цифровым регулятором

Кудашова Екатерина Алексеевна
Аспирант
Ульяновский государственный университет, Механико-математический факультет, Ульяновск, Россия
E-mail: katherine.kudashova@yandex.ru

В докладе излагается применение метода векторных функций Ляпунова к задаче о стабилизации движения управляемой системы с цифровым регулятором.

Рассматривается управляемая система, описываемая векторным уравнением

$$\dot{x} = X(t, x, u) \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ - вектор состояния, $u \in \mathbb{R}^m$ - вектор управления, $X : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ - непрерывная по (t, x, u) вектор-функция, $X(t, 0, 0) = 0$.

Задача синтеза стабилизирующего управления с цифровым регулятором состоит в нахождении закона управления вида $u = u(t, x(t)) = u_k = const$, при $t \in [t_k, t_{k+1})$, $t_k - t_{k+1} \geq h_0 > 0$ $u(t, 0) \equiv 0$, где $t_k \to \infty$ есть строго монотонно возрастающая последовательность, при которой состояние $x = 0$ системы (1) является асимптотически устойчивым.

Решение этой задачи для ряда моделируемых процессов может быть приведено к исследованию дискретной системы вида

$$x(k+1) = f(k, x(k)), f(k, 0) \equiv 0 \tag{2}$$

где вектор-функция $f : \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$ непрерывна по xпри $k \in \mathbb{Z}^+$.

Доказана следующая теорема, развивающая для (2) соответствующие результаты из работ [1-2].

Теорема. Предположим, что существует вектор-функция Ляпунова $V = V(k, x) \geqslant 0$, удовлетворяющая условиям предкомпактности, такая, что выполнены условия

1)функция $\bar{V}$ является определённо-положительной, где

$$\bar{V}(k, x) = \textstyle\sum_{i=1}^m V^i(k, x) \text{ или } \bar{V}(k, x) = \max\limits_{i=1,2,\ldots,m} V^i(k, x).$$

2)справедливо равенство

$$V(k+1, x(k+1)) = W(k, V(k, x(k))) + R(k, x(k), V(k, x(k))),$$
$$W(k, 0) \equiv 0, \quad R(k, 0, V(k, 0)) \equiv 0,$$

где функция $W = W(k, w)$, являющаяся квазимонотонной и непрерывно дифференцируемой по $w \in \mathbb{R}^m$, $\frac{\partial W}{\partial w^j} \in \mathbb{K}_2$ $(j = 1, 2, \ldots, m)$ и функция $R = R(k, x, w)$ удовлетворяют условиям предкомпактности, и имеет место неравенство $R(k, x, w) \leqslant 0$ для любых $(k, x, w) \in \mathbb{R}^+_{k_0} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$

3)нулевое решение $w = 0$ системы сравнения $w(k+1) = W(k, w(k))$ устойчиво (равномерно устойчиво);

4)нулевое решение $x = 0$ равномерно асимптотически устойчиво относительно множества $\{\bar{V}^*(k, x) = 0\}$ и семейства предельных совокупностей $\{(f^*, V^*, W^*, R^*)\}$.

Тогда решение $x = 0$ системы (2) устойчиво (равномерно устойчиво).

На основе этой теоремы исследуется задача о стабилизации движений управляемых механических систем с цифровым регулятором. В качестве конкретного примера проводится построение модели управления манипулятором.

Работа выполнена по проекту Минобрнауки РФ и гранту РФФИ 12-01-33082.

Литература

1. Андреев, А. С. К методу сравнения в задачах об асимптотической устойчивости / А. С. Андреев, О. А. Перегудова // Доклады Академии наук. — 2005. — Т. 400, No 5. — С. 621–624.

2. Матросов, В. М. Принцип сравнения с вектор-функцией Ляпунова 1, 2 / В. М. Матросов // Дифференц. уравнения. — 1968. — Т. 4, No 8. — С. 1374–1386