## Секция «Математика и механика»

# Краевая задача для оператора Шредингера с быстроосциллирующим и дельтообразным потенциалами

***Гадыльшин Тимур Рустемович***

*Студент*

*Уфимский государственный авиационный технический университет, общенаучный, Уфа, Россия*

*E-mail: gtimr@yandex.ru*

В работе рассматривается краевая задача:

$$\begin{aligned} &\mathcal{L}_\varepsilon u_\varepsilon := \frac{\mathrm{d}^2 u_\varepsilon}{\mathrm{d}x^2} + \left(q\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) + \varepsilon^{-1} Q\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)\right) u_\varepsilon = f(x), \quad x \in (a,b), \\ &u(a) = u(b) = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $0 < \varepsilon \ll 1$, $a < 0$, $b > 0$, $f(x) \in C^\infty[a,b]$, $Q(\xi) \in C_0^\infty(-\infty,\infty)$, $q(\xi)$ — 1-периодическая функция из $C^\infty(-\infty,\infty)$, причем, $q(\xi) < 0$, $Q(\xi) \leqslant 0$.

Обозначим $[q] := \int\limits_0^1 q(\xi)\mathrm{d}\xi$, $\langle Q\rangle := \int\limits_{-\infty}^{\infty} Q(\tau)\mathrm{d}\tau$.

Комбинация методов согласования асимптотических разложений [1] и усреднения (см., например, [2]) позволила доказать справедливость следующего утверждения.

**Теорема.** *Пусть*

$$U(x) = U_0(x) + A \begin{cases} y_-(x), & x \in [a,0), \\ y_+(x), & x \in (0,b], \end{cases}$$

*где $U_0(x)$, $y_\pm(x)$ — решения краевых задач*

$$\mathcal{L}U_0 = \frac{\mathrm{d}^2 U_0}{\mathrm{d}x^2} + [q] = f, \quad x \in (a,b), \qquad U_0(a) = U_0(b) = 0,$$

$$\mathcal{L}y_- = 0, \quad x \in (a,0), \qquad y_-(a) = 0, \quad y_-(0) = 1,$$

$$\mathcal{L}y_+ = 0, \quad x \in (0,b), \qquad y_+(b) = 0, \quad y_+(0) = 1,$$

*а*

$$A = -\frac{U_0(0)\,\langle Q\rangle}{y'_+(0) - y'_-(0) + \langle Q\rangle}.$$

*Тогда для решения краевой задачи* (1) *справедливо равенство*

$$u_\varepsilon(x) = U(x) + O(\varepsilon)$$

*в норме $C[a,b]$.*

### Литература

1. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М.: Наука, 1989.

2. Ильин А. М., Данилин А. Р. Асимптотические методы в анализе. М.: Физматлит, 2009.

### Слова благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (12-01-00445).