

Секция «Математика и механика»

Алгоритм построения Т-неприводимого расширения для многоугольных орграфов

Гавриков Александр Владимирович

Студент

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,
Компьютерных наук и информационных технологий, Энгельс, Россия

E-mail: alexandergavrikov1989@gmail.com

Под ориентированным графом (или, для краткости, оргграфом) понимается пара $\vec{G} = (V, \alpha)$, где V – конечное непустое множество (вершины оргграфа), а α – отношение на множестве V (дуги оргграфа). Вложение оргграфа $\vec{G} = (V, \alpha)$ в оргграф $\vec{H} = (W, \beta)$ – взаимно однозначное отображение $\phi : V \rightarrow W$, такое что $(\forall u, v \in V)((u, v) \in \alpha \rightarrow (\phi(u), \phi(v)) \in \beta)$. При этом говорят, что оргграф $\vec{G} = (V, \alpha)$ вкладывается в оргграф $\vec{H} = (W, \beta)$. Расширение оргграфа $\vec{G} = (V, \alpha)$ – оргграф $\vec{H} = (W, \beta)$, такой, что $|W| = |V| + 1$ и оргграф \vec{G} вкладывается в каждый максимальный подграф оргграфа \vec{H} (см. [2]).

Тривиальное расширение (для краткости, ТР) оргграфа $\vec{G} = (V, \alpha)$ – соединение $\vec{G} + w$ исходного оргграфа \vec{G} с вершиной $w \notin V$. В силу того, что тривиальное расширение оргграфа \vec{G} единственное с точностью до изоморфизма, возможно ввести функцию $\text{ТР}(\vec{G})$. Т-неприводимое расширение (для краткости, ТНР) оргграфа \vec{G} – расширение исходного оргграфа \vec{G} , полученное удалением максимального множества дуг из $\text{ТР}(\vec{G})$. (см. [3])

Т-неприводимые расширения являются одним из видов оптимальных расширений для орграфов. Конструкции оптимальных расширений применяются в диагностике дискретных систем и криптографии (см. [4]), а также в вопросах отказоустойчивости.

В общем случае задача определения того, является ли оргграф \vec{H} расширением для оргграфа \vec{G} , является NP-полной, а задача поиска ТНР по заданному оргграфу $\vec{G} = (V, \alpha)$ не принадлежит классу NP (см. [1]).

Многоугольным оргграфом называется всякий оргграф \vec{M} , полученный переориентацией некоторого множества дуг контура (см. [5]). В статье разработан полиномиальный алгоритм построения ТНР для произвольного многоугольного оргграфа. Асимптотическая сложность алгоритма равна $O(n^3)$. Доказана теорема о корректности алгоритма.

Литература

1. Абросимов М. Б. О сложности некоторых задач, связанных с расширениями графов // Матем. заметки, 2010. Т. 88. №5. С.643 – 650.
2. Богомолов А. М., Салий В. Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука. Физматлит, 1997
3. Курносова С. Г. Т-неприводимые расширения для некоторых классов графов. Теоретические проблемы информатики и ее приложений: Сб. науч. тр. // Под ред. проф. А. А. Сытника. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2004. С. 113–125.

4. Салий В. Н. Доказательства с нулевым разглашением в задачах о расширениях графов // Вестник Томского гос. ун-та. Приложение. 2003. №6, С. 63-65.
5. Салий В. Н. Упорядоченное множество связных частей многоугольного графа. // Известия Саратов. гос. ун-та. 2013. Т.13, вып. 2. С. 44-15.