

Секция «Математика и механика»

Исследование устойчивости сжимаемого пограничного слоя на упругой пластине

*Бондарев Всеволод Олегович*

*Студент*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,*

*Механико-математический факультет, Москва, Россия*

*E-mail: bondarev.vsevolod@yandex.ru*

Исследуются устойчивость пограничного слоя на упругой пластине, обтекаемой с одной стороны плоскопараллельным потоком сжимаемого вязкого совершенного газа. Данная пластина имеет форму безграничной плоскости, на её поверхности имеется пограничный слой с полем скорости и температуры, которые считаются заданными (Рис. 1). На систему накладываются заданные малые возмущения в виде бегущих волн: пластина имеет прогиб  $z = e^{i\alpha(x-ct)}$ , возмущение параметров потока  $\Psi'(x, z, t) = \hat{\Psi}(z)e^{i\alpha(x-ct)}$ , где  $\alpha$  — волновое число,  $c$  — фазовая скорость. Задача решается в плоской постановке (нет зависимости от координаты  $y$ ), будут рассмотрены только двумерное движение и двумерные возмущения. Также течение считается ламинарным.

Будем исследовать невязкие возмущения, т.е. число Рейнольдса в уравнениях для возмущений  $R \rightarrow \infty$ . Такие возмущения описываются уравнением Рэлея, где неизвестным выступает возмущение вертикальной компоненты скорости  $\phi$ . По найденному возмущению скорости находится возмущение давления на поверхности пластины. После подстановки возмущения давления в уравнение движения пластины (уравнение Кирхгофа-Лява [2, с. 35]), получаем дисперсионное уравнение для совместного возмущения пластины и потока:

$$D(\alpha, \omega) = D\alpha^4 + M_w^2\alpha^2 - \omega^2 + \pi_1(0, \alpha, \omega) = 0,$$

где  $D$  — жёсткость пластины,  $M_w$  характеризует её натяжение,  $w$  — прогиб пластины,  $\pi_1(z, \alpha, \omega)$  — возмущение давления.

Поиск корней дисперсионного уравнения  $\omega(\alpha)$  проводился численно методом итераций. На каждой итерации для вычисления давления  $\pi_1$  решалось уравнение Рэлея методом Рунге-Кутты. Были проведены вычисления для заданного профиля скорости, сделано сравнение с решением [1], где аналитически исследовался случай длинных волн. Найден диапазон, в котором решения дисперсионного уравнения достаточно близки. Установлены закономерности поведения коротких волн, в которых длина волны имеет порядок толщины пограничного слоя.

### Литература

1. Веденеев В.В. Одномодовый флаттер пластины с учётом пограничного слоя// Известия РАН. МЖГ. 2012. № 3. С. 147-160.
2. Вольмир А.С. Гибкие пластины и оболочки. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. 419 с.

Иллюстрации

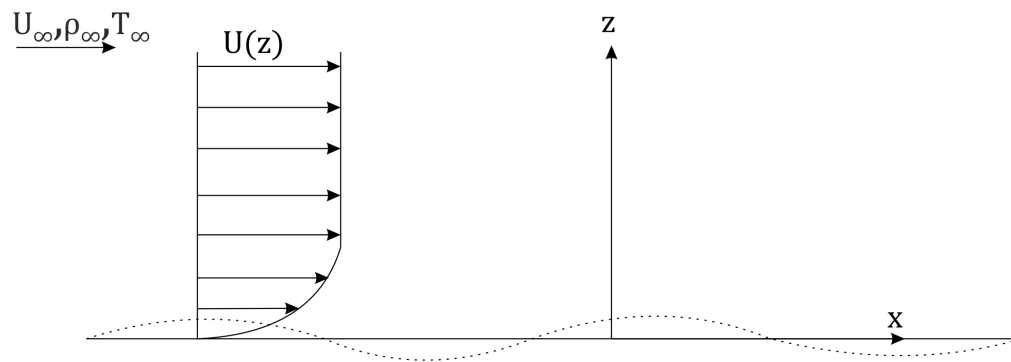


Рис. 1: Упругая пластина в потоке газа с пограничным слоем