Секция «Математика и механика»

О приближении гармоническими сплайнами на некоторых классах функций многих переменных

Карась Анастасия Алексеевна
Студент
Киевский Национальный Университет имени Тараса Шевченко, Механико-математический факультет, Киев, Украина
E-mail: nastyakaras@gmail.com

В пространстве $R
n$точек$x = (x_1, . . . , x_n)$, $n ≥ 1, $рассмотримпараллелепипед
${Q}:=∏_{i = 1}
n{[a_i, b_i]}$, $a_i < b_i$,
$
a_i,b_i
⊂ {R}$, $i = \overline{1, n}$.Обозначимчерез
$∂{Q}$ − − − границуэтогопараллелепипеда, ачерез${Q}
{◦}$−−−еговнутренность.Пусть${L_p({Q}), {1 ≤ {p} ≤ ∞}}$−−−пространствоизмеримых, и
∞$)функций$u : {Q} → {{R}}$и$C
k({Q})$ − − − множествоk − разнепрерывнодифференцируемыхфункций$u : {Q} →
{{R}}$, и$Δ$−−−операторЛапласа.Каждыйизотрезков$[a_i, b_i]$параллелепипеда${Q}$разо
x_i
0 < x_i
1 < . . . < x_i
{N_i} = b_i$.Пусть${{Q}_j = ∏_{i = 1}
n{[x_i
{j_i}, x_i
{j_i + 1}]}}$для${j = (j_1, . . . , j_n)}$, $j_i ∈
0, . . . , {N_i − 1}$, и${N = (N_1, . . . , N_n)}$.Ясно, что${Q} = ⋃_j{{Q}_j}$, причемпараллел
}j′{′}$неимеютобщихвнутреннихточек.Набор$
{Q}_j$множеств${Q}_j$будемназыватьразбиениемпараллелепипеда${Q}$иобозначатьчерез$λ
{1, n}$частей, обозначимчерез$Λ_N$.

Рассмотрим некоторый вектор $N = (N_1, . . . , N_n)$ и фиксированное разбиение
$λ ∈ {Λ_N}$.Каждойфункции$u ∈ {C
2({Q
◦})} ∩ {C
1({Q})}$поставимвсоответствиекусочно−гармоническуюфункцию{(гармоническийсплайн)}$S_
n$, такую, чтодлялюбого$j$$$S_λ
n(u; x) = u_{{Q}_j}(x),   x ∈ {{Q}_j, }$$гдефункция$u_{{Q}_j}(x)$удовлетворяетуравнени
0, x ∈ {{Q}_j
◦}$играничныеусловияДирихле$u_{{Q}_j}(x) = u(x), x ∈ {∂{Q}_j}.$

Для $1 ≤ {p} ≤ {∞}$через$W_p
Δ({Q})$обозначимклассфункций : $$W_p
Δ({Q}) =
u ∈ {C2({Q◦})} ∩ {C1({Q})} : ‖Δ{u}‖_{L_p({Q})} ≤ 1.$$

Для заданного разбиения $λ ∈ {Λ_N}$и$1 ≤ {p}, q ≤ {∞}$положим$${E}_{λ}{(W_p
Δ({Q}))}_{L_q({Q})} = sup _{u ∈ {W_p
Δ({Q})}}{‖u(·) − {S_{λ}
n(u, ·)}‖_{L_q({Q})}}.$$

Величина ${E}_{λ}{(W_p
Δ({Q}))}_{L_q({Q})}$детальноисследованав[1].

Для любой функции $u∈ {C
2({Q
◦})} ∩ {C
1({Q})}$намиполученаоценкавеличины$ | u(x) − S_λ
n(u, x) | $вкаждойточке$x$втерминахфункцииГринаиколебанияфункции$Δ{u}$намножестве${

Литература

1. Бабенко
В.
Ф., Лескевич
Т.
Ю. Приближение некоторых классов функций многих переменных гармоническими сплайнами. //
Укр. мат. журн., 2012. Т.
64, №
8. С.
1011-1024.