

Секция «Математика и механика»

Гиперболические торы в системах Гамильтона с медленно меняющимся параметром

Медведев Антон Геннадьевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: medvedev\_ag@inbox.ru

Рассматривается система Гамильтона, периодически зависящая от параметра. Предполагается, что при каждом значении параметра система имеет гиперболическое периодическое решение. Методами КАМ-теории доказывается, что если придать гамильтониану возмущения, заставив параметр меняться с малой постоянной частотой, неавтономная система будет иметь в расширенном фазовом пространстве гиперболические двумерные торы. Основной результат в следующем. Пусть функция  $H(v, \tau)$   $2\pi$ -периодична по параметру  $\tau$  и вещественно-аналитична по всем аргументам. Пусть существует интервал энергии  $(h_1, h_2)$ , такой, что при всех  $h \in (h_1, h_2)$  и всех  $\tau$  система имеет периодическую гиперболическую орбиту  $L_{h,\tau}$ . Пусть  $g(h, \tau)$  – частота, соответствующая орбите  $L_{h,\tau}$ . Величину  $\langle g(h) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(h, \tau) d\tau$  назовем средней частотой. Если гамильтониан обладает стандартными условиями невырожденности, а вектор частот  $(\langle g(h) \rangle, \varepsilon)$  удовлетворяет условиям диофантовости, то при достаточно малых  $\varepsilon$  возмущенная система с гамильтонианом  $H(v, \varepsilon t)$  имеет двумерный инвариантный гиперболический тор с частотой  $(\langle g(h) \rangle, \varepsilon)$ .

Литература

1. Арнольд В. И. О поведении адиабатического инварианта при медленном периодическом изменении функции Гамильтона // ДАН СССР, 1962 г., т. 142, № 4, с. 758-761
2. Бибииков Ю. Н. Усиление одной теоремы Мозера. // ДАН СССР, 1973 г., т. 213, №4, с. 766-769
3. Bolotin S., Treschev D. Unbounded growth of energy in nonautonomous Hamiltonian systems. // Nonlinearity, 1999 y., vol. 12, № 2, p. 365-388
4. Bolotin S., Treschev D. Remarks on definition of hyperbolic tori of Hamiltonian systems. // Regular and Chaotic Dynamics, 2000 y., vol. 5, №4, p. 401-412
5. Delshams A., R. de La Llave, Seara T. M. A geometric approach to the existence of orbits with unbounded energy in generic periodic perturbations by a potential of generic geodesic flows of  $\mathbb{T}^2$ . // Comm. Math. Phys., 2000 y., vol. 209, № 2, p. 353-392
6. Graff S. M. On the conservation of hyperbolic invariant tori for Hamiltonian systems. // J. Differential Equations, 1974 y., vol. 15, p. 1-69
7. Пифтанкин Г.Н. Скорость диффузии в задаче Мозера. // Доклады Российской академии наук, 2006 г., т. 406, №6, с. 736-737

8. Treschev D., Zubelevich O. Introduction to the Perturbation Theory of Hamiltonian Systems. // Springer Monographs in Mathematics, 2010 y.

**Слова благодарности**

Выражаю благодарность своему научному руководителю Дмитрию Валерьевичу Трещеву за всестороннюю поддержку и полезные обсуждения. Благодарю коллектив кафедры Теоретической механики и мехатроники МГУ за многочисленные полезные консультации.