Секция «Математика и механика»

О нижних оценках длин диагностических тестов относительно слипаний переменных в булевых функциях

Морозов Евгений Валерьевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: antake@yandex.ru

Будем говорить, что в булевой функции $f(x_1, ..., x_n)$ произошло Ф-*слипание* переменных $x_{i_1}, ..., x_{i_k}$, если вместо исходной функции реализуется булева функция, полученная из нее подстановкой вместо каждой из переменных $x_{i_1}, ..., x_{i_k}$ функции $\phi(y_1, ..., y_k)$ от $x_{i_1}, ..., x_{i_k}$, где функция $\phi \in \Phi$, ϕ будем также называть *функцией слипания*. Ф-слипание называется k-кратным, если функция слипания формально зависит от k переменных. Назовем Ф-слипание *множественным*, если существует некоторое количество непересекающихся групп переменных из $x_1, ..., x_n$, относительно каждой из которых произошло Ф-слипание для функции f. Заметим, что функции слипания для разных групп могут отличаться. Через $\Psi = \Psi_{n,f,\Phi}$ обозначим множество функций, в которое входит $f(x_1, ..., x_n)$ и всевозможные булевы функции, получающиеся из $f(x_1, ..., x_n)$ в результате множественных Ф-слипаний. Множество наборов T назовем *диагностическим тестом относительно* Ф-*слипаний для функции* $f(x_1, ..., x_n)$, если для для любой пары неравных функций из Ψ в T найдется набор, на котором эти функции принимают разные значения. Традиционным образором введем *функцию Шеннона длины диагностического теста относительно множественных линейных слипаний переменных* $L_{\Phi}^{diagn}(n)$, как максимум по всем булевым функциям длины минимального диагностического теста относительно множественных Ф-слипаний. Через $L_{\Phi}'^{diagn}(n)$ обозначим аналогичную величину для единичных слипаний. Все неопределенные понятия можно найти в [2].

В данной работе методика, описанная в [1], применяется к слипаниям и устанавливаются следующие результаты:

Теорема 1. Если при любом $k : 1 \leq k \leq n$ во множестве Ф содержится неконстантная функция, то для множественных слипаний верно: $L_{\Phi}^{diagn}(n) \geq \frac{1}{2} 2^{\frac{n}{2}}$, для единичных слипаний верно: $L_{\Phi}'^{diagn}(n) \geq \sqrt{\frac{4}{\pi}} \frac{1}{\sqrt[4]{n}} 2^{\frac{n}{2}}$.

Теорема 2.В случае, когда Ф — множество всевозможных сумм переменных по модулю 2, для множественных слипаний верна оценка: $L_{\oplus}^{diagn}(n) \geq \frac{n^2}{32} 2^{\frac{n}{2}}$.

В случае, когда Ф — множество всевозможных дизъюнкций переменных, для множественных слипаний верна оценка: $L_{\vee}^{diagn}(n) \geq \frac{n}{8} 2^{\frac{n}{2}}$.

Теорема 3. Для единичных k-кратных слипаний при $k \leq \lceil \frac{n}{2} \rceil$ порядок функции Шеннона длины диагностического теста, равный $\Theta(n^k)$.

Литература

1. Носков В.Н. Диагностические тесты для входов логических устройств // Дискретный анализ. 1974. № 26. С. 72-83.

2. Редькин Н.П. Надежность и диагностика схем. М., 1992, 192 с.

Слова благодарности

Автор благодарен Д. С. Романову за ценные советы и внимание к работе.
Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-01-00964-а.