

Секция «Математика и механика»

О разностной схеме на неструктурированных сетках для уравнений
динамики океана

Друца Алексей Валерьевич

Кандидат наук

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: ay-prog@yandex.ru

Одним из многолетних направлений математических исследований трехмерных моделей циркуляции океана является численное решение уравнений, описывающих крупномасштабную динамику океана [9,11]. Долгое время вопрос корректности применяемых методов оставался открытым, однако недавно в данном направлении произошли существенные изменения.

В работах [2,3] была доказана сходимостъ решений разностной схемы, аппроксимирующей уравнения крупномасштабной динамики океана в единичном кубе со вторым порядком по пространственным переменным, к решению дифференциальной задачи. Данный результат был также подтвержден экспериментально [4].

Следует отметить, что этот результат является первым полным теоретическим обоснованием корректности одной из разностных схем, аппроксимирующих уравнения динамики океана, за все время применения численных методов решения данных уравнений. При доказательстве сходимости использовалась техника, заложенная в работах Г.М. Кобелькова [6,8], а также примененная в работах А.В. Друцы [1,7].

Описанный выше результат получен для равномерной сетки. В то же время, с точки зрения практического применения интерес представляют исследования, направленные на обоснование корректности численных методов, в которых область приближается неравномерной сеткой, причем, как правило, не обладающей какой-то определенной структурой, то есть являющейся неструктурированной.

В настоящей работе рассмотрена конечно-разностная аппроксимация уравнений крупномасштабной динамики океана на сетке, имеющей в горизонтальной плоскости неравномерное неструктурированное строение. Данная разностная схема построена на основе аппроксимаций И.В. Фрязинова, использованных в работе [10] для уравнений Навье-Стокса, а также успешно примененных к уравнениям мелкой воды [5], которые могут быть использованы в качестве краевых условий на поверхности океана в совместной модели с примитивными уравнениями.

Для изучаемой конечно-разностной аппроксимации подробно описаны используемые сеточные операторы, а также доказаны их основные свойства. Для сеточной задачи доказан ряд априорных оценок, а также доказана теорема существования и единственности ее решения.

Литература

1. А.В. Друца, Существование "в целом" решения системы уравнений крупномасштабной динамики океана на многообразии. Мат. сборник, 2011, т. 202, вып. 10, стр. 55-86.

2. А.В. Друца, Г.М. Кобельков, О сходимости разностных схем для уравнений крупномасштабной динамики океана. ДАН, 2011, т. 440, N 6, стр. 727-730.
3. А.В. Друца, Г.М. Кобельков, О сходимости разностных схем для уравнений динамики океана. Мат. сборник, 2012, т. 203, вып. 8, стр. 17-38.
4. А.В. Друца, О порядке сходимости разностных схем для уравнений динамики океана. Вычислительные методы и программирование, 2012, т. 13, стр. 398-408.
5. А.В. Друца, Конечно-разностный метод для решения нелинейной системы уравнений динамики мелкой воды на неструктурированной сетке. Вычислительные методы и программирование, 2012, т. 13, N 2, стр. 511-516.
6. Г.М. Кобельков, Существование решения "в целом" для уравнений динамики океана, ДАН, т.407, 4, 2006, с.457-459.
7. A.V. Drutsa, Existence 'in large' of a solution to primitive equations in a domain with uneven bottom. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2009, vol.24, No.6, pp. 515-542.
8. G.M. Kobelkov, Existence of a solution "in the large" for ocean dynamics equations, J. math. fluid mech., 9, pp. 588-610, 2007.
9. J.L. Lions, R. Temam, S.Wang On the equations of the large-scale ocean // Nonlinearity. 1992. 5. 1007-1053.
10. I.V. Popov, I.V. Fryazinov, M.Yu. Stanichenko, A.V. Taimanov, Construction of a difference scheme for Navier–Stokes equations on unstructured grids. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2009, vol.23, No.5, pp. 487-503.
11. R. Temam, M. Ziane, Some mathematical problems in geophysical fluid dynamics // Handbook of Mathematical Fluid Dynamics, S. Frieland and D. Serr Eds, Elsevier. 2004. vol. 3, 535-658.