

Секция «Математика и механика»

Об одном диофантовом уравнении над о-кольцом Фибоначчи

Кузнецова Дарья Владимировна

Студент

Владимирский государственный университет, Физико-математический факультет,  
Владимир, Россия

E-mail: wolshatakeruk@hotmail.com

Хорошо известно, что каждое натуральное число раскладывается в системе счисления Фибоначчи, то есть может быть записано в виде

$$N = \sum_i \varepsilon_i F_i, \quad \varepsilon_i = 0, 1, \quad \varepsilon_i \cdot \varepsilon_{i+1} = 0.$$

Тогда для двух чисел  $N, M \in \mathbb{N}$  вида

$$N = \sum_i \varepsilon_i F_i \quad M = \sum_j \varepsilon'_j F_j$$

операция кругового умножения задается следующим образом [1], [2]

$$N \circ M = \sum_i \sum_j \varepsilon_i \varepsilon'_j F_{i+j}.$$

Относительно этой операции множество натуральных чисел образует о-кольцо Фибоначчи [3]. Круговое умножение также можно задать формулой [3]

$$N \circ M = NM + [(N+1)\tau][(M+1)\tau],$$

где  $[\cdot]$  - целая часть числа,  $\tau = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  - золотое сечение. В работе рассматривается уравнение от двух переменных  $X, Y \in \mathbb{N}$ :

$$F_n \circ X - F_m \circ Y = a, \quad X \leq N \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Определим функцию

$$\delta(x) = x - [(x+1)\tau]\tilde{\tau}, \quad \tilde{\tau} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

**Теорема.** Пусть  $S_{n,m}(N)$  - число решений уравнения (1). Тогда справедлива асимптотическая формула

$$S_{n,m}(N) = c_{m,n}(\delta(a)) \cdot N + O(\ln N),$$

где  $c_{m,n}(x)$  - явно вычисленная кусочно-линейная функция от  $x$ .

Литература

1. Матиясевич Ю.В. Связь систем уравнений в словах и длинах с 10-й проблемой Гильберта // Ю. Матиясевич - Зап. науч. семин. ЛОМИ, 1968. Т.8.
2. Knuth D. Fibonacci multiplication // Appl. Math. Lett. 1 - 1988. С. 57-60.
3. Журавлев В. Г. Суммы квадратов над о-кольцом Фибоначчи // Зап.научн.семина. ПОМИ, 2006. Т.337. С. 165-190.