

Секция «Математика и механика»

Метод характеристик для уравнения в частных производных первого порядка с пространственно-временным шумом.

Хусаинов Линар Айдарович

Студент

Уфимский государственный авиационный технический университет, Общественный факультет, Уфа, Россия

E-mail: husainov_linar@mail.ru

Хорошо известный метод характеристик для детерминированных уравнений в частных производных обобщен для стохастических дифференциальных уравнений вида

$$\left(A(t, x) + D(t, x) * Y'(x) \right) \cdot \tilde{U}'_t(t, x) + \left(B(t, x) + C(t, x) * W'(t) \right) \cdot \tilde{U}'_x(t, x) = 0 \quad (1)$$

с начальным условием $\tilde{U}(0, x) = x$, где $t \in [0, T]$, $x \in [x_0, X]$, $\tilde{U}(t, x) = U(t, x, W(t), Y(x))$. Коэффициенты $A(t, x)$, $B(t, x)$, $C(t, x)$, $D(t, x)$ являются непрерывными ограниченной вариации, а $Y(x) \in C[x_0, X]$ и $W(t) \in C[0, T]$ — непрерывные функции неограниченной вариации, формальные производные которых в уравнении (1) понимаются в смысле симметричного интеграла (с вероятностью 1 совпадающего со стохастическим интегралом Стратоновича в случае, когда $Y(x)$ и $W(t)$ — траектории стандартного винеровского процесса), а само уравнение (1) — в интегральном виде.

Показано, что решение данной задачи можно свести к решению соответствующего уравнения характеристик вида:

$$B(t, \eta(t, x))dt + C(t, \eta(t, x)) * dW(t) = A(t, \eta(t, x)) * d\eta(t, x) + D(t, \eta(t, x)) * dY(\eta(t, x)) \quad (2)$$

где переменная x в решении $\eta(t, x) = \phi(t, W(t), x)$ выражает зависимость от начального условия: $\phi(0, W(0), x) = x$.

Выяснилось, что функция $\tilde{U}(t, x) = U(t, x, W(t), Y(x))$, обратная при каждом t к решению $\phi(t, W(t), x)$ уравнения (2), является решением (1).

Главное отличие данной работы от работы Юрьевой (см. [2]) заключается в том, что рассматривается шум не только по временной, но и по пространственной переменной.

Литература

1. Насыров Ф.С. Локальные времена, симметричные интегралы и стохастический анализ. М.: Физматлит, 2011, 212 с.
2. Насыров Ф. С., Юрьева Е. В. О построении и моделировании решений некоторых классов уравнений с многомерным симметричным интегралом. УМЖ. 2011. Том 4 № 2. Стр.114-126.