Секция «Математика и механика»

О различении близких гипотез о распределениях вейбулловского типа по первым членам вариационного ряда.

Родионов Игорь Владимирович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: vecsell@rambler.ru

Во многих приложениях статистики экстремумов, в частности, относящихся к задачам страхования больших рисков, возникает задача различения распределений с похожими хвостами (вероятностями редких событий), см. например [1,2]. При этом зачастую распределения умеренных значений удобно моделировать стандартными распределениями, отличными от асимптотического распределения хвостов. Представляется, что важным инструментом различения семейств распределений с близкими хвостами и оценивания мощности различных критериев различения является теория контигуальных мер, [3]. В настоящей работе исследуется асимптотическое поведение отношения правдоподобий

$$R_n(t) = \frac{L(X_{n,n}, \ldots, X_{n-k_n+1,n}; \gamma + t(k_n))}{L(X_{n,n}, \ldots, X_{n-k_n+1,n}; \gamma)}$$

при $n \to \infty, k_n \to \infty, \frac{n}{k_n} \to \infty$ для семейства плотностей: $f(x,\gamma) = C(x)\exp(-x^\gamma), x \geq 0, \gamma > 0$; где $C(x) = C + C_1(\gamma)x^{-\beta} + o(x^{-\beta})$, $\beta > 0$ при $x \to \infty$. Методы отношения правдоподобий, а также отношения максимальных правдоподобий (RML-test), широко известны и часто используются для различения близких типов распределения. В этой связи стоит упомянуть работы Антла и Дюмонсо ([5], [6], [7]). Метод отношения максимальных правдоподобий применялся для различения распределений вейбулловского типа в работах Кунду и Гупта([1], [2], [8]). В настоящей работе рассматривается метод отношения правдоподобий, применённый к первым k_n элементам вариационного ряда, что позволяет не рассматривать весь объём выборки, как в случае традиционных метода отношения правдоподобий и RML-метода. Похожий метод использовался в недавней работе Кунду и Дея ([9]), однако они рассматривали последние (минимальные) члены вариационного ряда для распределений, ограниченных снизу, тогда как значимыми для теории экстремумов являются именно первые члены вариационного ряда. Для семейства распределений $f(x,\gamma)$ возможно найти точную асимптотику распределения отношения правдоподобий, чему и посвящена настоящая работа.

Теорема 1 *1) Пусть $n \to \infty$, $k_n \to \infty$ и $n/k_n \to \infty$, причём выполнено следующее условие:*

$$(k_n)^{1/2} = o(\ln \frac{n}{k_n}). \tag{1}$$

Тогда при $\gamma \geq 1$ и $t(k_n) = \frac{t}{k_n^{1/2} \ln\ln \frac{n}{k_n}}$

$$R_n(t) \xrightarrow{d} \exp\left(-N\left(\frac{t^2}{2\gamma^2}, \frac{t^2}{\gamma^2}\right)\right).$$

2)Пусть $n \to \infty$, $k_n \to \infty$ *и* $n/k_n \to \infty$, *причём выполнено следующее условие:*

$$\ln n = o(k_n^{1/2}). \tag{2}$$

Тогда при $\gamma \leq 1$ *и* $t(k_n) = \frac{t \ln \frac{n}{k_n}}{k_n \ln \ln \frac{n}{k_n}}$

$$R_n(t) \xrightarrow{P} \exp\left(-t/\gamma\right).$$