

Секция «Математика и механика»

О форме высоких выбросов гауссовских стационарных процессов.

Кремена Евгения Владимировна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: janesbond088@yahoo.com

Пусть $X(t)$, $t \in \mathbb{R}$, - гауссовский дифференцируемый в среднем квадратическом стационарный процесс с нулевым средним, единичной дисперсией и ковариационной функцией $r(t)$. В работе изучается предельное поведение траекторий этого процесса, имеющего высокие выбросы. Мы будем различать выбросы двух видов: одиночные и массивные, и рассматривать их на фиксированном временном отрезке $[0, T]$. Одиночные, или простые выбросы, - это события вида

$$\bigcup_{t \in [0, T]} \{X(t) > u\}. \quad (1)$$

Массивные, или двойные выбросы, - это выбросы содержащие две точки, разделенные фиксированным временным интервалом, то есть,

$$\bigcup_{s, t \in [0, T], t-s \geq \varepsilon} \{X(s) > u, X(t) > u\}, \quad \varepsilon > 0. \quad (2)$$

Нас интересует предельное поведение траекторий процесса $X(t) = X(t, \omega)$, для ω , принадлежащих одному из этих двух событий и при неограниченно возрастающем u . Мы покажем, что такие траектории с достаточно высокой точностью следуют их ожидаемым движениям. В случае простого выброса для недифференцируемых гауссовских стационарных процессов, удовлетворяющих условию Пикандса

$$1 - r(t) \sim C|t|^\alpha, t \rightarrow 0, \alpha \in (0, 2), \quad (3)$$

в работе [1] показано, что если произошел выброс за высокий уровень, траектории процесса с подавляющей вероятностью незначительно колеблются вокруг условного математического ожидания $M(X(t)|X(0) = u)$. В данной работе этот результат обобщен для случая гладких процессов ($\alpha = 2$ в условии Пикандса). В то время как рассмотрения траекторий с простыми высокими выбросами применяемыми нами методами принципиально мало отличаются для негладкого $\alpha < 2$ и гладкого $\alpha = 2$ случаев, рассмотрение траекторий с двойными выбросами, как отмечено в [3], требует принципиально другого подхода. Нами решается эта задача. В случае гладких процессов форма массивных выбросов также в определенной степени детерминирована. В доказательстве данных результатов используется метод двойных сумм, см. [2].

Литература

1. Кремена Е.В. О форме высоких выбросов гауссовского стационарного процесса. Вестник МГУ, 2013. В печати.

2. Piterbarg, V. I. Asymptotic Methods in the Theory of Gaussian Processes and Fields. AMS Translations of Mathematical Monographs, v. 148, Providence, Rhode Island. 1996.
3. Hüsler, J., Ladneva, A., Piterbarg, V. On clusters of high extremes of Gaussian stationary processes with ε -separation. E. Journal of Probability, 2010, 15, № 59, p. 1825–1862.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Питербаргу В. И. за постановку задачи, научное руководство и всестороннюю поддержку во время написания работы.