Секция «Математика и механика»

Оптимальные стратегии выплаты дивидендов страховой компании в случае перестрахования

Муромская Анастасия Андреевна
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: mur-nastia@yandex.ru

Рассмотрим классическую модель Крамера-Лундберга. В рамках данной модели в случае отсутствия дивидендов капитал компании в момент t выглядит следующим образом:

$$U(t) = U(0) + ct - S(t),\ t \geq 0. \tag{1}$$

Здесь $\{S(t)\}$ - это составной пуассоновский процесс с интенсивностью λ. Случайные величины, обозначающие размеры исков, независимы, одинаково распределены и имеют плотность $p(y)$. Премии начисляются непрерывно с интенсивностью $c = (1+\theta)\lambda p_1$, где $\theta > 0$, $p_1 = \int\limits_0^\infty yp(y)dy$ - математическое ожидание иска.
Дивиденды выплачиваются в соответствии с некой дивидендой стратегией. Пусть $D(t)$ - совокупные дивиденды к моменту времени t. Тогда

$$X(t) = U(t) - D(t) \tag{2}$$

– это капитал компании в момент времени t, и

$$T = \inf\{t:\ X(t) < 0\} \tag{3}$$

– это момент разорения страховой компании.
Мы будем рассматривать только барьерную стратегию выплаты дивидендов с параметром b. Для нее математическое ожидание величины суммарных дисконтированных дивидендов до момента разорения компании $E\left[\int\limits_0^T e^{-\delta t} dD(t)\right]$ обозначим за $V(x,b)$, где $x = U(0)$ - это начальный капитал компании, $0 \leq x \leq b$. Тогда, согласно [1], $V(x,b)$, как функция от x, удовлетворяет уравнению

$$cV'(x,b) - (\lambda+\delta)V(x,b) + \lambda\int\limits_0^x V(y,b)p(x-y)dy = 0, \quad 0 < x < b. \tag{4}$$

Целью данной работы является получение решения уравнения (4) для частного распределения исков в случае использования различных видов перестрахования. Также поставлена задача о нахождении оптимального значения параметра b, при котором в получившихся моделях $V(x,b)$ будет максимальным.
Основные этапы решения:

1. Получаем вид уравнения (4) отдельно для каждого из видов перестрахования.

2. Находим явный вид функции $V(x, b)$ для частного распределения исков для каждого из видов перестрахования.

3. Ищем значение параметра b, при котором функция $V(x, b)$ достигает максимального значения.