

Секция «Математика и механика»

О симметричных свойствах стохастических дифференциальных уравнений

Абдуллин Марат Айратович

Аспирант

Уфимский государственный авиационный технический университет, Факультет
естественных наук, Уфа, Россия

E-mail: 79marat97@rambler.ru

С развитием теории стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) начал появляться интерес к задачам нахождения симметричных свойств СДУ, этому направлению исследований посвящены, например, работы [1],[2].

Рассматривается СДУ вида

$$\xi(t) - \xi(0) = \int_0^t \sigma(s, \xi(s)) * dW(s) + \int_0^t b(s, \xi(s)) ds, \quad (1)$$

где стохастический интеграл есть интеграл Стратоновича. Для определенности, будем считать, что выполнены все условия существования и единственности сильного решения уравнения (1).

Задача заключается в нахождении допустимых преобразований $\bar{\xi}(t) = \phi(t, \xi(t))$, $\bar{t} = H(t, \xi(t))$ в том смысле, что, если пара $(\xi(t), W(t))$ является слабым решением уравнения (1), то $(\bar{\xi}(\bar{t}), \bar{W}(\bar{t}))$ – другое слабое решение.

Оказалось, если в качестве \bar{t} выбрать случайную замену времени как обратную функцию к функции $\beta(t) = \int_0^t \eta^2(s) ds$ (подробно в [3]), то допустимое преобразование зависимой переменной $\bar{\xi}(t) = \phi(t, \xi(t))$ можно найти из стохастического дифференциального уравнения

$$d\bar{\xi}(t) = \sigma(\beta(t), \bar{\xi}(t))\eta(t)\sigma^{-1}(t, \xi(t)) * d\xi(t) + \\ + [b(\beta(t), \bar{\xi}(t))\eta^2(t) - \sigma(\beta(t), \bar{\xi}(t))(b(\beta(t), \bar{\xi}(t))\sigma^{-1}(t, \xi(t)))\eta(t)] dt,$$

которое в определенных случаях удается решить аналитическими методами.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта 11.G34.31.0042 правительства РФ по постановлению 220.

Литература

1. Grigoriev Y.N., Ibragimov N.H., Meleshko S.V., Kovalev V.F. Symmetries of integro-differential equations with application in mechanics and plasma physics. Springer Science+Business Media B.V. 2010 – 305 p.
2. F. M Mahommed. and C. Wafo Soh Integration of stochastic ordinary equations from symmetry standpoint // J. Phys. A34 (2001), 777-782
3. B. Oksendal Stochastic differential equation An introduction with application. Springer Berlin 1998.