

Секция «Математика и механика»

Невозвратность некоторых типов возбужденных случайных блужданий

Малышкин Юрий Андреевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: yury.malyshkin@mail.ru

При изучении различных явлений нередко возникают процессы, зависящие от своего прошлого. Примерами таких процессов являются возбужденные случайные блуждания (см., например, [1,2]). Напомним их определение в случае, когда процесс $T = \{T_n, n \in \mathbb{Z}_+\}$ принимает значения в \mathbb{Z}^4 . Положим $T_0 = (0, 0, 0, 0)$. Если T посещает вершину решетки \mathbb{Z}^4 впервые в момент n , то мы прибавляем к первым двум координатам T_n случайный двумерный вектор с распределением μ_1 , не зависящий от прошлого процесса T до момента n . В противном случае (если процесс T уже посещал соответствующую вершину ранее) случайный двумерный вектор с распределением μ_2 прибавляется к последним двум координатам T_n . Другими словами, процесс T можно задать с помощью формулы

$$T_{n+1} = T_n + Y_{n+1}\mathbb{I}\{T_n \notin \{T_0, \dots, T_{n-1}\}\} + Z_{n+1}\mathbb{I}\{T_n \in \{T_0, \dots, T_{n-1}\}\},$$

где $\{Y_i\}$ и $\{Z_j\}$ - независимые случайные величины, такие что

$$\mathbb{P}(Y_i = (y_1, y_2, 0, 0)) = \mu_1(y_1, y_2), \quad y_1, y_2 \in \mathbb{Z}, \quad i \in \mathbb{N},$$

$$\mathbb{P}(Z_j = (0, 0, z_1, z_2)) = \mu_2(z_1, z_2), \quad z_1, z_2 \in \mathbb{Z}, \quad j \in \mathbb{N}.$$

Введем некоторые обозначения для случайных блужданий по \mathbb{Z}^d (подробнее см. [3], стр. 10 и 17). Определим класс симметричных неприводимых распределений \mathcal{P}_d на \mathbb{Z}^d (т.е. распределений, носитель которых не содержится в собственных подрешетках \mathbb{Z}^d), имеющих конечный носитель. Обозначим \mathcal{P}_d^* класс распределений, порождающих аperiодичные неприводимые случайные блуждания по \mathbb{Z}^d . Введем подкласс \mathcal{P}'_d класса \mathcal{P}_d^* , состоящий из распределений векторов с конечными вторыми моментами компонент.

Теорема 1 Пусть распределения μ_1 и μ_2 входят в класс $\mathcal{P}_2 \cup \mathcal{P}'_2$. Тогда процесс T является невозвратным.

Тем самым получено обобщение результата работы [1].

Литература

1. Benjamini I., Kozma G., Schapira B. A Balanced Excited Random Walk// Comptes Rendus Mathematique, 2011. V. 349. No. 7-8. P. 459-462.
2. Benjamini I., Wilson D.B. Excited random walk// Electron. Comm. Probab. (electronic), 2003. V. 8. P. 86-92.
3. Lawler G. F., Limic V. Random Walk: a Modern Introduction. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 123; Cambridge University Press; Cambridge, 2010.