

Секция «Математика и механика»

Исключение уравнения Якоби в многомерных вариационных задачах:
классический случай, соболевский случай

Цыганкова Анастасия Владимировна

Студент

Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского, математики и
информатики, Симферополь, Украина

E-mail: tsyganкова_a_v@mail.ru

Классический подход к решению экстремальных вариационных задач, как известно, требует в качестве достаточного условия экстремума, проверки усиленного условия Лежандра и условия Якоби для уравнения Якоби. Второй шаг в неквадратичной ситуации является весьма сложным, и поэтому вопрос о возможности "обойти" проверку условия Якоби давно привлекает внимание математиков.

Недавно в работах И. В. Орлова [3], [4] был разработан новый метод исключения уравнения Якоби и условия Якоби в одномерных вариационных задачах, без дополнительных условий на функцию эксцесса Вейерштрасса.

В настоящем докладе этот метод обобщается на случай многомерной области [1], [2]. Показано, что экстремальная задача для вариационного функционала Эйлера–Лагранжа

$$\Phi(y) = \int_D f(x, y, \nabla y) dx \quad (D \subset \mathbb{R}^n, y(\cdot) \in C^1(D)),$$

может быть решена без использования уравнения Якоби (при выполнении уравнения Эйлера–Остроградского и усиленного условия Лежандра). При этом один из двух возможных случаев не требует ограничения на меру области, во втором случае возникает такое ограничение, ослабевающее с ростом размерности.

В соболевском случае ($y(\cdot) \in W^{1,p}(D)$) мы рассматриваем задачу на так называемый компактный экстремум вариационного функционала. Здесь удаётся, хотя и другими методами, свести условия K -экстремума к "почти всюду"—уравнению Эйлера–Остроградского и усиленному условию Лежандра, при возможном дополнительном ограничении на меру области и положительности f_{y^2} .

В качестве приложения получены квадратичные оценки снизу скорости стремления вариационного функционала к минимуму посредством соболевской нормы.

Литература

1. Орлов И. В., Цыганкова А. В. Исключение уравнения Якоби в многомерных вариационных задачах // Донецк, Труды ИПММ НАН Украины, 2013. (В печати)
2. Цыганкова А. В. Исключение уравнения Якоби в экстремальных вариационных задачах // Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского, Серия "Физико-математические науки", Том 25 (64) № 2 (2012), с. 161–175.
3. Orlov I. V. Elimination of Jacobi equation in extremal variational problems // Methods of Functional Analysis and Topology, Kyiv: Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2011, Vol. 17, № 4, 341–349.

Конференция «Ломоносов 2013»

4. Orlov I. V. Inverse extremal problem for variational functionals // Eurasian Mathematical Journal, 2011, Vol. 1, № 4, 95–115.

Слова благодарности

Автор выражает признательность профессору И. В. Орлову за постановку задачи и полезные обсуждения.