Секция «Математика и механика»

Некоторые классы интегродифференциальных уравнений Вольтерра второго порядка, неразрешённых относительно старшей производной.

Сёмкина Екатерина Владимировна

Аспирант

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, факультет математики и информатики, Симферополь, Украина

E-mail: kozirno@gmail.com

Рассмотрим в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$ задачу Коши для вольтеррова интегродифференциального уравнения второго порядка следующего вида:

$$A\frac{d^2u}{dt^2} + (F+iG)\frac{du}{dt} + Bu + \sum_{k=1}^{m}\int_0^t G_k(t,s)C_k u(s)ds = f(t), \quad u(0)=u^0,\ u'(0)=u^1. \quad (1)$$

Такие уравнения описывают, в частности, эволюцию динамических систем с бесконечным числом степеней свободы, причём учитываются эффекты релаксации.

Искомая функция $u = u(t)$ со значениями в $\mathcal{H}$ задаёт поле смещений системы относительно состояния равновесия, а операторные коэффициенты в (1) имеют отчётливый физический смысл. Так, A является оператором кинетической энергии и потому$A = A^* > 0$. Далее, B есть оператор потенциальной энергии; если состояние равновесия системы статически устойчиво по линейному приближению, то $B = B^* \geqslant 0$. Оператор $F = F^* \geqslant 0$ учитывает диссипацию энергии, а оператор $G = G^*$ учитывает действие кориолисовых (гироскопических) сил. Наконец, интегральные слагаемые учитывают явления релаксации.

Изучается случай, когда A — ограниченный оператор ($A \in \mathcal{L}(\mathcal{H})$), а коэффициенты F, G, B, C_k — неограниченные и, вообще говоря, некоммутирующие операторы, заданные на своих областях определения, плотных в $\mathcal{H}$. При этом считается, что эти операторы сравнимы по своим областям определения. Именно, выделяются такие классы уравнений, для которых один из операторов можно назвать главным; он имеет область определения, наиболее узкую по сравнению с областями определения других операторных коэффициентов.

Полученные результаты основаны на подходах, изложенных в [1] и отвечающих случаю $A = I$, где I — единичный оператор. Стоит отметить также монографию [2], где изучаются задачи Коши для интегродифференциальных и функциональных уравнений, а также сопутствующие спектральные задачи, в случае когда один из коэффициентов является главным, а остальные — степени этого главного оператора.

Литература

1. Копачевский Н.Д. Интегродифференциальные уравнения Вольтерра в гильбертовом пространстве: Специальный курс лекций. – Симферополь:ФЛП "Бондаренко О.А.", 2012. – 152 с.

2. Власов В.В., Медведев Д. А., Раутиан Н. А. Функционально-дифференциальные уравнения в пространствах Соболева и их спектральный анализ/Под редакцией В. А. Садовничего // Современные проблемы математики и механики. – Математика. – 2011. – Т. VIII., вып.1. – С.8-306.

Слова благодарности

Автор благодарит Н.Д. Копачевского за постановку задач, а также за руководство работой.