

Секция «Математика и механика»

Аппроксимация вероятности разорения в модели с изменяющимися
ежегодными премиями.

Насыров Ильяс Вилевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: ilyas.nasyrov@gmail.com

Рассмотрим классический процесс риска, как в [1]. Пусть $U(t)$ – капитал страховщика в момент t , $0 \leq t \leq n$.

$$U(t) = u + \sum_{j=1}^{i-1} P_j + (t - i + 1)P_i - S(t), \text{ для } t \in [i - 1, i), i \leq n, \sum_{j=1}^0 P_j = 0,$$

где $S(t)$ – суммарные выплаты страховщика к моменту t , $S(0) = 0$.

Считаем, что $S(t)$ имеет составное пуассоновское распределение с параметром λt , обладающее третьим моментом. Параметр λ характеризует ожидаемое число исков за год. Допустим, что премии выплачиваются непрерывно с постоянной скоростью в течение каждого года, а P_i – премии, собранные в i -м году.

Будем считать, начальный капитал равный $u = U(0)$, а также размер премий за первый год P_1 – известными. Полагаем, что случайные величины P_i есть функции от $U(1), \dots, U(i - 1)$, $i = 2 \dots n$.

Обозначим $\psi(u, n) = P(U(t) < 0, \text{ для некоторого } t \in (0, n])$ – вероятность разорения за n лет.

Целью работы является приближенное вычисление вероятности разорения $\psi(u, n)$. Для этого продемонстрируем два метода аппроксимации: с помощью преобразованного гамма распределения и броуновского движения.

Отметим, что размер портфеля, показателем которого является параметр λ , практически не влияет на точность расчетов, поэтому предложенные методы можно использовать и для небольших портфелей. В работе показано преимущество первого метода для аппроксимации: в этом случае оценка вероятности разорения вычисляется гораздо быстрее и, кроме того, точнее, чем в случае с броуновским движением. Последнее ожидаемо, поскольку методы основаны на подгонке моментов, трех в первом случае и двух – во втором.

Литература

1. Afonso, Lourdes B., Egidio Dos Reis, Alfredo D., Waters, Howard R. Calculating Continuous Time Ruin Probabilities for a Large Portfolio with Varying Premiums // ASTIN Bulletin, Volume 39, No. 1 - May 2009, pp. 117-136