Секция «Математика и механика»

Предельные теоремы для длины очереди в системе с общим регенерирующим входящим потоком и бесконечным средним времени обслуживания.

Чернавская Екатерина Александровна
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: Chernavskayaak@mail.ru

Рассматривается бесконечноканальная система массового обслуживанияс общим регенерирующим входящим потоком.

Определение.[1]Процесс $X(t), t \in (-\infty, +\infty)$ называется регенерирующим потоком, если существует последовательность случайных величин $\{\theta_j\}_{j=-\infty}^{+\infty}$, $(\theta_0 = 0)$ таких, что

$$\{\theta_{j-1} - \theta_j, X(\theta_{j+1}) - X(\theta_j), t \in [0, \theta_{j+1} - \theta_j)\}_{j=-\infty}^{+\infty}$$

является последовательностью независимых одинаково распределенных случайных элементов. Этот класс процессов достаточно широк. Например, регенерирующими потоками являются полумарковские, марковски модулированные потоки и другие.

Функция распределения $B(x)$ времени обслуживания такова, что $\int_0^t \overline{B}(y)dy \sim ct^\beta$, $\beta > 0$. Поэтому среднее время обслуживания бесконечно. Здесь $\overline{B}(t) = 1 - B(t)$. Обозначим $\rho(t) = \frac{1}{\mu}\int_0^t \overline{B}(v)dv$. Рассмотрим процесс $q(t)-$ количество требований в системе в момент t при начальном условии $q(0) = 0$.

Введем следующие случайные величины:

$$\tau_j = \theta_{j+1} - \theta_j, \xi_j = X(\theta_{j+1}) - X(\theta_j).$$

Теорема 1.

Пусть $E\tau_j^r < \infty$, $E\xi_j^r < \infty$ для некоторого $r > 1$ и $r + \beta > 2$, тогда при $t \to \infty$

$$\frac{q(t)}{\rho(t)} \xrightarrow{p} 1.$$

Теорема 2.

Пусть $E\tau_j^r < \infty$, $E\xi_j^r < \infty$ для некоторого $r > 1$ и $r - \beta^2 + \frac{\beta}{2} - 1 > 0$, тогда при $t \to \infty$

$$\frac{q(t) - \rho(t)}{\sqrt{\rho(t)}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1).$$

Литература

1. L. Afanasyeva, E. Bashtova. Queueing models with regenerative 64258;ows Communications in Statistics 2012.

2. Norman Kaplan. Limit theorems for a $GI = G = 1$ queue. The Annals of Probability 1975, Vol. 3, No. 5, 780-789.

3. Сгибнев М. С. Асимптотика плотности восстановления. Сибирский математическийжурнал 1979, т.20, стр.101-108.

Слова благодарности

Выражаю большую благодарность своему научному руководителю Баштовой Елене Евгеньевне.