## Секция «Математика и механика»

# О максимальном неравенстве для скошенного броуновского движения

***Люлько Ярослав Александрович***

*Аспирант*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия*

*E-mail: yaroslav.lyulko@gmail.com*

В работе получено максимальное неравенство для скошенного броуновского движения $W^\alpha = (W_t^\alpha)_{t\geq 0}$ с параметром $\alpha \in [0,1]$, которое является обобщением классических неравенств для стандартного броуновского движения $B = (B_t)_{t\geq 0}$ (соответсвует случаю $\alpha = 1/2$) и его модуля $|B| = (|B_t|)_{t\geq 0}$ (соответствует случаю $\alpha = 1$). А именно, в работах [1], [2] было установлено, что для любого марковского момента $\tau \in \mathfrak{M}$

$$\mathsf{E}(\max_{0\leq t\leq\tau} B_t) \leq \sqrt{\mathsf{E}\tau}, \quad \mathsf{E}(\max_{0\leq t\leq\tau} |B_t|) \leq \sqrt{2\mathsf{E}\tau},$$

где $\mathfrak{M}$ — множество всех марковских моментов относительно естественной фильтрации $(\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}$ со свойством $\mathsf{E}\tau < \infty$. Основным результатом настоящей работы является следующая теорема.

**Теорема.** Для любого марковского момента $\tau \in \mathfrak{M}$ и для любого $\alpha \in (0,1)$ имеет место неравенство

$$\mathsf{E}\left(\max_{0\leq t\leq\tau} W_t^\alpha\right) \leq M_\alpha\sqrt{\mathsf{E}\tau}, \tag{1}$$

где $M_\alpha = \alpha(1+A_\alpha)/(1-\alpha)$, а $A_\alpha$ — единственное решение уравнения

$$A_\alpha e^{A_\alpha+1} = \frac{1-2\alpha}{\alpha^2},$$

удовлетворяющее условию $A_\alpha > -1$. При этом неравенство (1) является “точным” в том смысле, что для любого $T > 0$ существует марковский момент $\tau$ с $\mathsf{E}\tau = T$, такой, что

$$\mathsf{E}\left(\max_{0\leq t\leq\tau} W_t^\alpha\right) = M_\alpha\sqrt{\mathsf{E}\tau}.$$

### Литература

1. Дубинс Л. Е., Шепп Л. А., Ширяев А. Н. Оптимальные правила остановки и максимальные неравенства для процессов Бесселя // Теория вероятн. и ее примен. 1993, 38, № 2. с. 288-330.

2. Dubins L., Schwarz G. A sharp inequality for sub-martingales and stopping times // Asterisque. 1988, 157-158. pp. 129-145.

3. Zhitlukhin M.V. A maximal inequality for skew Brownian motion // Statist. Decisions. 2009. 27. pp. 261-281.

4. Lejay A. On the construction of the skew Brownian motion // Probab. Surv. 2006, 3. pp. 413-466.