Секция «Математика и механика»

Формула скачка для конормальной производной параболического потенциала простого слоя и её приложение к решению второй краевой задачи в пространстве Зигмунда H1

Григорьев Игорь Олегович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: grigoriev_igor@mail.ru

Хорошо известно [1] решение второй краевой задачи для параболического уравнения с коэффициентами из класса Гельдера $C^{0,\alpha}$ в цилиндрической области $Q = \Omega \times (0;T)$, где $\partial\Omega$ из класса $C^{1,\alpha}$.

В настоящей работе решается вторая краевая задача для параболического уравнения с коэффициентами из класса Дини $C^{0,\omega}$ в области Q, где $\partial\Omega$ - из класса C^{1,ω_1} а ω и ω_1 - модули непрерывности, удовлетворяющие "дважды"условию Дини и условию Дини, соответственно, а именно: *доказывается существование решения* $u \in \mathrm{C}^{1,2}(Q) \cap C(\overline{Q})$ *следующей начально-краевой задачи*

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a_{ij}(x,t)\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + b_i(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_i} + c(x,t)u = 0 \quad \textit{в } Q,$$

$$u|_{t=0} = 0 \quad \textit{в } \overline{\Omega},$$

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \in \partial\Omega \\ x \in \Omega}} \frac{\partial u(x,t)}{\partial \nu} = g(x_0,t), \ \textit{для любых } (x_0,t) \in \partial\Omega \times (0,T],$$

где $x \to x_0$ *так, что* $\omega_1(|x_0 - \bar{x}|)\ln|x - \bar{x}| \to 0$, $\overline{x}$ *— ближайшая к* x *точка на* $\partial\Omega$, g *непрерывна и ограничена на* $\partial\Omega \times (0;T]$

Кроме того, устанавливается гладкость полученного решения в классе Зигмунда $H_1(Q)$ с соответствующими оценками корректности. Ранее аналогичные оценки были получены в работе [2] для "модельной"второй краевой задачи в полупространстве.

Основным инструментом решения является, также как и в известном случае гельдеровых коэффициентов [1], параболический потенциал простого слоя, формула "скачка"для конормальной производной которого позволяет свести решение поставленной задачи к решению интегрального уравнения второго рода. Полученное интегральное уравнение решается, следуя методу работы [3].

Литература

1. О.А. Ладыженская, В.А. Солонников, Н.Н. Уральцева Линейные и кзазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967.

2. А.Н. Коненков Задача Коши для уравнения теплопроводности в пространствах Зигмунда. //Дифф. уравн. том 41, N 6, с.820-831

3. Е.А. Бадерко О решении методом параболических потенциалов одной задачи теплопроводности с сосредоточенными теплоемкостями. //Дифф. уравн. 1972. T. VIII, N7, с. 1225-1234.