Секция «Математика и механика»

Задача игрового управления при дефиците информации

Ладейщиков Александр Николаевич

Аспирант

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина, Высшая школа экономики и менеджмента, Екатеринбург, Россия

E-mail: aladeyschikov@gmail.com

Рассматривается задача об оптимальном управлении по принципу обратной связи нелинейной динамической системы при дефиците информации о действующих помехах.

Дифференциальное уравнение движения системы имеет вид

$$\dot{x} = f(t, x, u, v), \quad t_0 \le t \le \vartheta, \quad u \in P, \quad v \in Q, \tag{1}$$

$$\|f(t, x, u, v)\| \le \chi(1 + \|x\|), \quad \chi = const,$$

где x – n-мерный вектор, t — время, начальный и конечный моменты времени t_0 и ϑ зафиксированы, $u - r$-мерный вектор управления, $v - s$-мерный вектор помехи, P и Q — компакты, символ $\|x\|$ обозначает евклидову норму вектора x.

Функцию f полагаем непрерывной по t, u, v и в каждой ограниченной области G пространства $\{x\}$ удовлетворяющей условию Липшица по x с константой L_G, т.е.

$$\|f(t, x^{(1)}, u, v) - f(t, x^{(2)}, u, v)\| \le L_G \|x^{(2)} - x^{(1)}\|,$$

где $x^{(i)} \in G, \quad i = 1, 2$.

Рассматривается случай, когда правая часть дифференциального уравнения движения системы удовлетворяет так называемому *условию седловой точки для маленькой игры*, т.е. справедливо равенство

$$\min_{u \in P} \max_{v \in Q} \{\langle l \cdot f(t, x, u, v)\rangle + y \cdot \omega(t, x, u, v)\} =$$

$$= \max_{v \in Q} \min_{u \in P} \{\langle l \cdot f(t, x, u, v)\rangle + y \cdot \omega(t, x, u, v)\},$$

где l — любой n-мерный вектор, y — скаляр, символ $\langle l \cdot f(t, x, u, v)\rangle$ обозначает скалярное произведение в пространстве R^n.

Задача на минимакс-максимин гарантированного результата для заданного *позиционного критерия качества*

$$\gamma(x[t_*[\cdot]\vartheta], u[t_*[\cdot]\vartheta), v[t_*[\cdot]\vartheta)) =$$

$$= \int_{t_*}^{\vartheta} \omega(t, x[t], u[t], v[t])dt + \varphi(x[\vartheta]) \tag{2}$$

формализуется в *антагонистическую дифференциальную игру двух лиц* в рамках концепции свердловской (ныне екатеринбургской) школы по теории дифференциальных игр. Задача решается в классе *чистых позиционных стратегий*. Устанавливается существование *цены игры* $\rho^0(t, x)$ и *позиционной седловой точки* $\{u^0(\cdot) = u^0(t, x, \varepsilon), v^0(\cdot) =$

$\upsilon^0(t,x,\varepsilon)\}$ рассматриваемой антагонистической дифференциальной игры. Решение задачи базируется на *методе экстремального сдвига на сопутствующие точки.* Оптимальные стратегии $u^0(\cdot)$ и $\upsilon^0(\cdot)$ строятся как *экстремальные* к функции цены игры $\rho^0(t,x)$. При этом цена игры для любой возможной позиции $\{t,x\}$ строится известным *методом верхних выпуклых оболочек*, вытекающим из *метода стохастического программного синтеза.* Существенную роль при решении поставленной задачи играют некоторые виртуальные (компьютерные) модели, играющие роль поводыря (лидера) для реального конфликтно управляемого x-объекта. Приводится иллюстрирующий пример с результатами его компьютерной симуляции.

Основным результатом работы является следующая

Теорема. *Рассматриваемая дифференциальная игра для системы (1) с функционалом (2) имеет цену* $\rho^0(t,x)=\rho_2^0(t,\tilde{x}=\{x,x_{(n+1)}=0\})$ *и седловую точку* $\{u^0(\cdot),\upsilon^0(\cdot)\}$ *складывающуюся из экстремальных стратегий* $\tilde{u}^e(\cdot)$ и $\tilde{\upsilon}^e(\cdot)$.

Литература

1. Красовский А. Н. Ладейщиков А. Н. Об одной задаче конфликтного управления при неполной запаздывающей информации // Математическая теория игр и ее приложения. 2011. Т. 3. вып. 2. С. 18-36.