Секция «Математика и механика»

Исследование разрешимости краевых задач для многомерных псевдопараболических уравнений с интегральными нелокальными граничными условиями

Попов Николай Сергеевич
Аспирант
Северо-Восточный федеральный университет , Институт математики и информатики, Якутск, Россия
E-mail: madu@sitc.ru

Пусть Ω — ограниченная область пространства $\mathbb{R}^n$ с гладкой границей Γ, $Q = \Omega \times (0,T)$, $S = \Gamma \times (0,T)$ — боковая граница Q.

Краевая задача I: найти функцию $u(x,t)$ являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t}\Big(u - \Delta u\Big) - a(x,t)\Delta u + c(x,t)u = f(x,t) \tag{1}$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \Omega, \tag{2}$$

$$u(x,t)|_{(x,t)\in S} = \int\limits_{\Omega} K(x,y,t)u(y,t)dy|_{(x,t)\in S}. \tag{3}$$

Краевая задача II: найти функцию $u(x,t)$, являющуюся в цилиндре Q решением уравнения (1) и такую, что для нее выполняются условия (2) и условие

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial \nu(x)}\right|_{(x,t)\in S} = \left.\int\limits_{\Omega} K(x,y,t)u(y,t)dy\right|_{(x,t)\in S}, \tag{4}$$

где $\nu(x) = (\nu_1, \ldots, \nu_n)$ есть вектор внутренней нормали к Γ.

Метод доказательства разрешимости краевых задач I и II основан на переходе от задачи с неклассическим краевым условием к задаче с классическим условием, но для неклассического уравнения — так называемого нагруженного уравнения, в последующем, доказательстве разрешимости полученной задачи с помощью метода продолжения по параметру и априорных оценок, и далее — к построению решения исходной задачи. Ранее подобные методы в близкой ситуации эффективно использовались в работах [1,2].

Работа выполнена при поддержке гранта МОиН РФ №02.740.11.0609.

Литература

1. Абдрахманов А.М., Кожанов А.И. Задача со смещением для уравнений в частных производных // Известия вузов. Математика. 2007. Т.540, N5. С.3-26.

2. Кожанов А.И. Пулькина Л.С. О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений // Дифференц. уравнения. 2006. Т.42, N9. С.1116-1172.