Секция «Математика и механика»

Оценки глубины и площади реализации сумматоров для плоских решетчатых схем с ограничением на длину проводов

Щегельский Кирилл Кириллович
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: pegazoid@gmail.com

В работе рассматривается задача синтеза двухмерных плоских схем из функциональных элементов (СФЭ), у которых все функциональные элементы располагаются в узлах целочисленной решетки и введено ограничение на длину соединяющих элементы проводов. Такая задача возникает при формализации требований к генерируемой СФЭ при практическом синтезе чипов [4]. Основными целями работы является оценка функции Шеннона [1] для площади и глубины таких схем.

В данной работе ограничение на длину проводов схемы заложено в рассматриваемую модель - рассмотрены случаи, в которых доступ к элементу целочисленной решетки имеют четыре его ближайших соседа ("крестовидное" ограничение), либо восемь соседей, образующих квадрат с элементом в центре ("квадратное" ограничение). Исследовались как общие задачи для всего класса рассматриваемых схем из функциональных элементов, так и для его подкласса (сумматоров). Было установлено, что любой булев оператор реализуется в рассматриваемой модели как с крестовидным, так и с квадратным ограничением на длину проводов, с площадью не более $m \cdot n \cdot 2^{n+1}$ и глубиной не более $n \cdot 2^(n-1)+4$ или с площадью не более $m \cdot n \cdot 2^{n+1}$ и глубиной не более $n \cdot 2^(n-1)+1$ соответственно, где n – количество входов, m – количество выходов. Для сумматоров были найдены нижние и верхние оценки площади и глубины. А именно, сумматоры размерности n реализуются в рамках модели с квадратным ограничением на длину проводов с площадью не менее $7 \cdot n - 2$ и глубиной не менее $[\frac{n}{2}] + 2$. Верхняя оценка была получена путем реализации в рамках модели с квадратным ограничением на длину проводов для последовательного сумматора с площадью $9 \cdot n$ и глубиной $3 \cdot n + 1$.

Литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Высшая школа, Москва, 2002.

2. Редькин Н.П. О минимальной реализации двоичного сумматора. Проблемы кибернетики, 1981, 38, стр. 181–216.

3. Гашков С.Б, Гринчук М.И. ,Сергеев И.С. О построении схем сумматоров малой глубины. Дискретный анализ и исследование операций, 2007, 14, стр. 27–44.

4. Naveed A. Sherwani. Algorithms for VLSI Physical Design Automation. Third Edition. Springer, 1998.

5. Savage J.E. Models of Computation: Exploring the Power of Computing. Addison-Wesley, 1998.