

Секция «Математика и механика»

Монотонные автоматы  
Гербуз Виталий Григорьевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: gerbuz@gmail.com

В работе рассматриваются автоматы с булевыми входными и выходными алфавитами.

**Определение 1** Пусть дан конечный автомат  $(A, Q, B, \varphi, \psi)$ . Функцию  $Num : Q \rightarrow E_2^k$  назовем нумерацией или кодировкой автомата, а сам автомат с заданной функцией  $Num$  - нумерированным. Номера состояний должны быть различны.

**Определение 2** Нумерированный автомат называется монотонным, если его функция переходов  $\varphi(q, x)$  и функция выхода  $\psi(q, x)$ , где  $q \in E_2^k, x \in E_2^n$  монотонна.

**Определение 3** Автомат называется монотонным, если существует его нумерация, при которой полученный нумерированный автомат является монотонным.

Так как кодировка состояний не входит в определение автомата, то возникает естественный вопрос о существовании кодировки, превращающей конечный детерминированный автомат в монотонный. Автоматы, обладающие указанной кодировкой, образуют замкнутый класс относительно операций суперпозиции и обратной связи.

Автором представлены алгоритмы, с помощью которых можно проверить автомат на его принадлежность к указанному классу, зная его автоматную функцию, либо диаграмму Мура.

**Теорема 1** Пусть автомат с  $n$  состояниями задан своей диаграммой Мура. Тогда существует алгоритм, определяющий, является ли данный автомат монотонным. Сложность алгоритма не превышает  $Cn^4$  операций.

**Теорема 2** Приведенный автомат с  $n$  состояниями является монотонным тогда и только тогда, когда его выходная функция монотонна на всех словах длины не превышающей  $n(n - 1)$ .