

Секция «Математика и механика»

Преобразования супермер
Калиниченко Артем Александрович

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: jorkug@yandex.ru

В [2] рассматривались образы вещественнозначных мер под действием потока диффеоморфизмов пространства, и было доказано, что если исходная мера слабо дифференцируема по некоторому подпространству, то ее образ будет дифференцируем, и производная будет обладать логарифмической производной относительно исходной меры, а при некоторых дополнительных предположениях и сам образ меры будет абсолютно непрерывен по отношению к исходной мере. В данной работе результаты из [2] обобщаются на суперпространства. При этом в качестве определения меры (точнее, супермеры – уже не вещественно-значной, а принимающей значения в супералгебре) использовано предложенное в [1] определение супермеры на конечномерных суперпространствах и его обобщение до цилиндрической супермеры на бесконечномерных.

Главный результат работы – формулы:

$$\frac{d(\mu F_t^{-1})'}{d\mu} = \beta\left(\frac{d}{dt}\overline{F}_t, F_t\right) + str\left(\frac{d^2}{dt dx}F_t, \left(\frac{d}{dx}F_t\right)^{-1}\right)$$

$$\frac{d(\mu F_t^{-1})}{d\mu} = sdet\left(\frac{d}{dx}F\right)e^{\int_0^t \beta\left(\frac{d}{ds}\overline{F}_s, F_s\right)ds},$$

где $F_t(x)$ – поток диффеоморфизмов суперпространства, $\beta(h, \cdot)$ – логарифмическая производная μ по направлению h , str , $sdet$ – суперслед и супердетерминант, аналоги следа и определителя для супералгебр. Черта \overline{F} означает сопряжение, то есть четная компонента не меняется, а перед нечетная берется с минусом. Эта черта – единственное отличие полученных формул от возникающих в вещественном случае, и появляется она при применении аналога правила Ньютона-Лейбница, в котором при дифференцировании по нечетным переменным может меняться знак ([3]). Доказательство проведено с применением теории билинейных интегралов ([4],[5],[6]).

Литература

1. Смолянов О.Г., Х. фон Вайцеккер Формула замены переменной в интегралах по суперпространствам, 2009 // Доклады Академии Наук, 2009, том 429, 6, с. 1–4
2. Smolyanov O.G., H. von Weizsacker Change of measures and their logarithmic derivatives under smooth transformations // Comptes Rendues Acad. Sci. Paris, 321:103-108, 1995.
3. Хренников А.Ю. Суперанализ, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
4. Dinculeanu N. Vector measures, Pergamon Press, New York, 1967.

5. Tsoy-Wo Ma. Banach-Hilbert spaces, vector measures and group representations, World Scientific Publishing Company, 2002
6. Миллиончиков В.М. К теории дифференциальных уравнений в локально-выпуклых пространствах // Математический сборник. 1962. Т. 57 (99). 4. С. 385-406.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность Олегу Георгиевичу Смолянову за постановку задачи и внимание к работе.