

Секция «Математика и механика»

Асимптотика ядер Дирихле p -адического соленоида

Карпович Наталья Игоревна

Аспирант

Белорусский государственный университет, Механико-математический факультет,
Минск, Беларусь

E-mail: KarповичNI@bsu.by

Пусть p — фиксированное простое число, Q_p — поле p -адических чисел, Z_p — кольцо целых p -адических чисел, $B = \{(n, n) : n \in Z\}$ — подгруппа локально компактной абелевой группы $R \times Z_p$. Факторгруппу $\Sigma_p = (R \times Z_p)/B$ называют p -адическим соленоидом (детали и основные свойства см. в [1]).

Рассмотрим гомоморфизм

$$\varphi : (x, u) \mapsto (\{x\}, u - [x])$$

из $R \times Z_p$ в $[0, 1) \times Z_p$ (здесь $\{x\}$ — дробная часть, $[x]$ — целая часть $x \in R$). Тогда $\ker \varphi = B$ и по теореме о гомоморфизмах

$$[0, 1) \times Z_p = \text{Im} \varphi \cong (R \times Z_p) / \ker \varphi = \Sigma_p.$$

Обозначим через $\{\cdot\}_p$ дробную часть p -адического числа.

Тогда характеры группы $(R \times Z_p)/B$ определяются равенствами

$$\chi_\xi(x, u) = \chi_\infty(\xi x) \chi_p(-\xi u), \quad \xi \in Q_p/Z_p.$$

где

$$\chi_\infty(x) = \exp(2\pi i x), \quad \chi_p(u) = \exp(2\pi i \{u\}_p)$$

главные характеры групп R и Z_p соответственно. Характеры χ_ξ порождают ядра Дирихле

$$D_n(x, u) = \sum_{\{\xi : |\xi|_p \leq p^{-n}\} \cap (Q_p/Z_p)} \chi_\xi(x, u).$$

Мой основной результат дает асимптотику соответствующих констант Лебега

$$\|D_n\|_{L^1([0,1) \times Z_p)} \sim \frac{2}{\pi^2} \ln p^n, \quad n \rightarrow \infty.$$

Литература

1. Хьютт Э., Росс К. *Абстрактный гармонический анализ*, Т.2. Мир. 1975.