

Секция «Математика и механика»

Приближение целыми функциями экспоненциального типа и обобщенные модули гладкости

Артамонов Сергей Юрьевич

Аспирант

Филиал МГУ имени М.В.Ломоносова в г. Севастополе, Факультет компьютерной математики, Севастополь, Украина

E-mail: sergei.artamonov@gmail.com

В работе рассматриваются пространства $L_p(\mathbb{R})$ непериодических функций, определенных на всей числовой прямой с абсолютно интегрируемой p -ой степенью ($1 \leq p \leq +\infty$). В этом случае класс тригонометрических полиномов в качестве класса аппроксимирующих функций уже непригоден и его естественно заменить более обширным классом всех целых функций экспоненциального типа.

Обсуждаются т.н. сингулярные интегралы $M_\sigma^{(\phi)}(f; x)$, являющиеся непериодическим аналогом средних Фурье в периодическом случае

$$M_\sigma^{(\phi)}(f; x) := (2\pi)^{-1} (f * K_\sigma^\phi)(x) = (2\pi)^{-1} \int_{\mathbb{R}} f(x+h) K_\sigma^\phi(h) dh ,$$

где ядро $K_\sigma^\phi(h) := F[\phi(\frac{\cdot}{\sigma})](h)$ (F – преобразование Фурье) порождается непрерывной функцией $\phi(\cdot)$, имеющей компактный носитель на $[-r(\phi); r(\phi)]$ и удовлетворяющей условиям $\phi(0) = 1$, $\phi(-\cdot) = \overline{\phi(\cdot)}$.

В работе доказывается эквивалентность аппроксимационной ошибки сингулярных интегралов $\|f - M_\sigma^{(\phi)}(f)\|_p$ и K -функционала, порожденного генератором ψ , обобщенному модулю гладкости

$$\omega_\theta(f, \delta)_p = \sup_{0 \leq h \leq \delta} \left\| \sum_{k \in \mathbb{Z}} \theta^\wedge(k) f(x + kh) \right\|_p, \quad \delta \geq 0,$$

где $\theta(\cdot)$ - непрерывная 2π -периодическая функция, удовлетворяющая условиям $\theta(0) = 0$, $\theta^\wedge(0) = -1$, $\theta(-\cdot) = \overline{\theta(\cdot)}$ и $\{\theta^\wedge(\nu)\}_{\nu \in \mathbb{Z}} \in l_1$.

Результаты работы основаны на методике, разработанной К.В. Руновским и Х.-Ю. Шмайссером для периодического случая в [1,2].

Литература

1. K. Runovski, H.-J. Schmeisser: General Module of Smoothness and Approximation by Fourier Means (to appear).
2. V. Rukasov, K. Runovski, H.-J. Schmeisser: Approximation by families of linear trigonometric polynomial operators and smoothness properties of functions. Mathematische Nachrichten Volume 284, Issue 11-12, pages 1523–1537, August 2011.
3. Z. Burinska, K. Runovski, H.-J. Schmeisser, On quality of approximation by families of generalized sampling series. Sampling Theory in Signal and Image Proc. (STSIIP), 8, no. 2 (2009), 105 – 126.